Министерство образования и науки Пермского края
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Нытвенский многопрофильный техникум»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ОПУД.11 МАТЕМАТИКА

Нытва, 2023

Данное учебное пособие содержит общие рекомендации по выполнению практических работ по дисциплине ОПУД.11 для профессии 13.01.10 Электромонтёр по ремонту и обслуживанию электрооборудования (по отраслям). Практические работы предназначены для закрепления теоретических знаний и приобретения необходимых практических умений в соответствии с требованиями по указанной выше профессии

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_____Д.И.Геберт
«__5_»_____сентября___2023г.

Рассмотрено и одобрено
на заседании П(Ц)К
Протокол № 1 от « 4 » сентября 2023г.
Председатель_____О.В. Каменева

Организация разработчик:
ГБПОУ «Нытвенский многопрофильный техникум»

Разработчик: Кашина Светлана Павловна, преподаватель ГБПОУ «Нытвенский многопрофильный техникум»

СОДЕРЖАНИЕ

		стр.
1	Введение	4
2	Общие требования для студентов по выполнению практических работ	6
3	Критерии оценивания работ	6
4	Требования к технике безопасности при выполнении практических работ	7
5	Содержание практических работ	8

1. Введение

Цель методических указаний - обеспечить четкую организацию проведения практических занятий со студентами по дисциплине ОПУД.11 Математика и предоставить возможность студентам, отсутствовавшим на практическом занятии, самостоятельно выполнить работу.

Практические работы направлены на освоение следующих результатов обучения:

личностных:

- ✓ сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- ✓ понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- ✓ развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- ✓ овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- ✓ готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- ✓ готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- ✓ готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- ✓ отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- ✓ умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- ✓ умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- ✓ владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- ✓ готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- ✓ владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- ✓ владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- ✓ целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

метапредметных:

- ✓ умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- ✓ умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- ✓ владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- ✓ готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- ✓ владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- ✓ владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- ✓ целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

предметных:

- ✓ сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- ✓ сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- ✓ владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- ✓ владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- ✓ сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- ✓ владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- ✓ сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин.

2. Общие требования для студентов по выполнению практических работ:

Практические работы проводятся после изучения теоретического материала в учебном кабинете математики. Студенты должны иметь методические рекомендации по выполнению практических работ, конспекты лекций, измерительные и чертежные инструменты, средство для вычислений.

2.2.При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1.Практическую работу следует выполнять в отдельной тетради, оставляя поля.

2.На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины.

2.В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

3.В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

4.Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

5.Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

6.После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

2.3.Требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1.Номер и тему практической работы, номер варианта.

2.Номер задачи и ее условие.

3.Подробное решение каждой задачи.

4.Полный ответ к каждой задаче.

5. Сделать вывод.

2.4. Обязательное выполнение условия

Студенты, отсутствовавшие на практических занятиях, при выполнении практических работ самостоятельно, имеют право на получение консультаций у преподавателя. Неудовлетворительная оценка, полученная студентом при выполнении практической работы, должна быть исправлена и повторно проверена преподавателем

3.Критерии выставления оценок

Оценка «5» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

4.Техника безопасности при выполнении практических работ.

На первом занятии преподаватель проводит первичный инструктаж по технике безопасности и напоминает студентам о бережном отношении к оборудованию и о материальной ответственности каждого из них за сохранность оборудования и обстановки.

При работе в учебном кабинете запрещается:

- находиться в кабинете в отсутствии преподавателя и на перемене;
- вставать со своего места и ходить по кабинету без разрешения преподавателя;
- размещать на рабочем месте посторонние предметы.

Обучающийся обязан:

- спокойно, не торопясь, не задевая столы, входить в кабинет и занять отведенное ему место,
- во время перемены покинуть кабинет,
- работать на одном, закрепленном за ним месте,
- приступать к работе по указанию преподавателя,
- по окончанию работы сдать выданные материалы преподавателю,
- привести свое рабочее место в порядок.

5.Содержание практических работ

№	Название работы	Количество часов
1	Практические занятия №1: «Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений».	7
2	Практическая работа №2 «Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций».	7
3	Практическая работа №3 «Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства».	7
4	Практическая работа №4 «Обратные тригонометрические функции».	7
5	Практическое занятие № 5 Векторы. Действия с векторами.	6
6	Практическое занятие № 6 Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов.	6
7	Практическое занятие № 7 Параллельное проектирование и его свойства.	6
8	Практическое занятие № 8 Угол между прямой и плоскостью.	6
9	Практическое занятие №9 Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей.	6
10	Практическое занятие № 10. Исследование функции с помощью производной	7
11	Практическое занятие №11 Различные виды многогранников.	6
12	Практическое занятие №12 Сечения, развертки многогранников. Виды симметрий в пространстве.	7
13	Практическое занятие №13 Площадь поверхности. Вычисление площадей и объемов.	7
14	Практическое занятие № 14 Интеграл и первообразная.	7
15	Практическое занятие № 15 Выполнение расчётов с радикалами.	6
16	Практическое занятие № 16 Степень с рациональным показателем.	7
17	Практическое занятие № 17 Нахождение значений степеней с рациональными показателями.	7
18	Практическое занятие № 18 Преобразование логарифмических выражений	7
19	Практическое занятие № 19 Решение иррациональных уравнений.	7
20	Практическое занятие № 20 Простейшие показательные уравнения.	7
21	Практическое занятие № 21 Решение логарифмических уравнений.	7
22	Практическое занятие № 22. Решение логарифмических неравенств.	7
23	Практическое занятие № 23 Показательные, логарифмические уравнения и неравенства.	7
24	Практическое занятие № 24 Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей.	6

Практическая работа №1

«Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений».

Цель работы:

1.Повторить знания студентов в теме: «Арифметические операции над действительными числами. Преобразование выражений, содержащих модули».
2.Организовать деятельность студентов по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности студентов.
Оборудование: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.
Порядок выполнения работы:
1.С помощью справочных пособий по алгебре повторить:
а) правила действий над обыкновенными дробями;
б) формулы сокращенного умножения;
в) способы разложения выражения на множители;
г) правило сокращения дробей.
2. Изучить условие заданий для практической работы и выполнить её..
3. Оформить отчет о работе.

Теория

Правила действий над обыкновенными дробями:

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$; $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

Формулы сокращенного умножения:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \ \mu \ ab + b^2)$; $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

Решение задач с использованием понятия коэффициента увеличения..

Чтобы увеличить положительное число а на р процентов, следует умножить число а на коэффициент увеличения к=(1+0,01р).

Чтобы уменьшить положительное число а на р процентов, следует умножить число а на коэффициент уменьшения к= (1-0,01р).

Пример. Вклад, вложенный в сбербанк два года назад, достиг суммы, равной 13125 руб. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых?

Решение. Если а (рублей) – размер первоначального вклада, то в конце первого года вклад составит 1,25а а в конце второго года размер вклада составит 1,25 *1,25а. Решая уравнение 1,25* 1,25а=13125, находим а=8400.

Ответ: 8400 руб.

Пример. В феврале цена на нефть увеличилась на 12% по сравнению с январской. В марте цена нефти упала на 25%. На сколько процентов мартовская цена изменилась по сравнению с январской?

Решение. Если х – январская цена нефти, то февральская цена нефти равна (1 +0,01*12)х = 1,12х. Чтобы вычислить мартовскую цену у на нефть, следует умножить февральскую

цену 1,12х на (1-0,01*25)=0,75, т.е. у=0,75 1,12х=0,84х , мартовская цена отличается от январской на (0,84х)/х100 –100=84-100= -16(%), т.е. цена упала на 16 %

Ответ: цена упала на 16%.

Варианты практической работы:

Вариант 1.

1. Вычислите значение выражения: $\left(\left(2{,}15-1\frac{5}{16}\right):33{,}5+5\frac{1}{7}\cdot 3{,}85-15{,}7\right)\cdot\frac{8}{11}+2{,}25$.
2. Упростите выражение: $\left(\frac{x+10}{5x+25}-\frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5}-\frac{10}{x^2-25}$.
3. При покупке стиральной машины стоимостью 6500 р. покупатель предъявил вырезанную из газеты рекламу, дающую право на 5% скидки. Сколько он заплатит за машину?
   А. 325 р. **Б.** 3250 р**. В.** 6175 р. **Г.** 6495 р.

Вариант 2.

1. Вычислите значение выражения: $\left(75:4\frac{1}{6}-3\frac{9}{23}\cdot 3\right)\left(1\frac{5}{18}+0{,}35-\frac{11}{15}\right):1{,}4$.
2. Упростите выражение: $\frac{y^2}{y^2-1}+\frac{1}{y^2-1}:\left(\frac{2}{2y-y^2}-\frac{1}{2-y}\right)$.
3. Плата за коммунальные услуги составляет 800 р. Сколько придётся платить за коммунальные услуги после их подорожания на 6%?
   А. 48р. **Б.** 480 р**. В.** 806 р. **Г.** 848 р.

Вариант 3.

1. Вычислите значение выражения: $45{,}09:1{,}5-\left(2\frac{1}{3}\cdot 4\frac{1}{2}-2{,}5\cdot 2\frac{1}{2}\right):4\frac{1}{4}$.
2. Упростите выражение: $\frac{2m}{m^2-4}-\frac{2}{m^2-4}:\left(\frac{m+1}{2m-2}-\frac{1}{m-1}\right)$.
3. Предприятие разместило в банке 5 млн.р. под 8% годовых. Какая сумма будет на счету предприятия через год?
   А. 13 млн. р. **Б.** 5,4 млн. р**. В.** 9 млн. р. **Г.** 0,4 млн. р.

Вариант 4.

1. Вычислите значение выражения: $\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6+2:12{,}75\right):\left(\frac{2}{3}-\frac{20}{51}+1\frac{16}{17}\right):2{,}5$.
2. Упростите выражение: $\frac{3a}{a^2-9}-\frac{3}{a^2-9}:\left(\frac{a+2}{3a-3}-\frac{1}{a-1}\right)$.
3. Уровень воды в реке находился на отметке 2,4 м. в первые часы наводнения он повысился на 5%. Какой отметки при этом достигла вода в реке?
   А. 0,12 м. **Б.** 2,52 м**. В.** 3,6 м. **Г.** 7,4 м.

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Определение наибольшего общего делителя?
2. Правило сложения дробей?

Практическая работа №2

«Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций»

Цель работы:

1.Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой».

2.Закрепить и систематизировать знания по теме.

3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности.

Оборудование: таблицы, инструкция по выполнению практической работы.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

2.Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.

3. Ответить на контрольные вопросы письменно.

4.Оформить отчет о работе

Теоретическая часть

Радианная мера приспособлена для изучения криволинейного (кругового) движения, она существенно упростила многие расчеты и формулы:

длина дуги окружности: $l = \frac{\pi r n}{180}$ $l = \alpha r$;

площадь сектора: $S = \frac{\pi r^2 n}{360}$ $S = \frac{\alpha r^2}{2}$

Рассмотреть формулы перехода от градусной меры к радианной и наоборот.

Основные тригонометрические тождества

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha \div \cos \alpha$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha \div \sin \alpha$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 \div \cos^2 \alpha$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 1 \div \sin^2 \alpha$

Формулы сложения

- $\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$
- $\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$
- $\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- $\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- $\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \div (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta)$
- $\operatorname{tg} (\alpha - \beta) = (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) \div (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta)$
- $\operatorname{ctg} (\alpha + \beta) = (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1) \div (\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha)$
- $\operatorname{ctg} (\alpha - \beta) = (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1) \div (\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha)$

Практическая часть.

Вариант №1

1. Выразите в радианах углы, равные 30°, 60°, 180°, 360°.

2.. Переведите из градусной меры в радианную:

1) 120°; 3) 220°; 5) 300°; 7) 765°;

2) 210°; 4) 150°; 6) 315°; 8) 675°.

3. Выразите в градусах: 1)$0{,}3\pi$; 2) 3π; 3)$1{,}25\pi$; 4)2π;

4. Дано: $\cos\alpha = -0{,}6;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$ Найдите:

а) $\sin\alpha$; б) $\sin 2\alpha$; в) $tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Вариант №2

1.Выразите в радианах углы, равные 45°,90°, 270°, 360°.

2.Выразите в радианах:

1) 45°; 2) 60°; 3) 70°; 4) 90°;

5)225°; 6) 240°; 7) 320°; 8) 330°.

3. Выразите в градусах: 1)$1{,}5\pi$; 2) 5π; 3)$0{,}25\pi$; 4) π;

4.Дано: $\sin\alpha = 0{,}8;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите:

а) $\cos\alpha$; б) $\sin 2\alpha$; в) $tg\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

Практическая работа №3

«Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства».

Цель работы: обобщить и систематизировать знания студентов по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства» путем выполнения практической работы.

Оборудование: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

2.Ответить на контрольные.

3.Изучить теорию.

4.Выполнить теоретическую часть.

5. Оформить отчет о работе.

Контрольные вопросы.

1. Определение обратных тригонометрических функций.
2. Решение простейших тригонометрических уравнений.
3. Решение тригонометрических уравнений методом введения новой переменной.
1. Понятие однородного уравнения и алгоритм решения однородных уравнений.
2. Алгоритм решения тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.

3. Решение тригонометрических уравнений методом группировки и разложения на множители.

4. Решение тригонометрических уравнений методом преобразования сумм в произведение и произведения в сумму.

Задания практической части:

1) $3\sin 2x - \sin x = 0$
2) $\mathrm{tg}x + 5\mathrm{ctg}x = 6$
3) $1 + \cos x + \cos 2x = 0$
4) $\sin^2 x - 2\sin x\cos x = 3\cos^2 x$
5) $\cos^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x = 0$
6) $\sin 2x < \frac{1}{2}$;
7) $\cos^2 x \geq \frac{1}{4}$;
8) $\frac{2\,\mathrm{tg}\,x}{1+\mathrm{tg}\,x} + \frac{1}{\mathrm{tg}\,x} \geq 2$;

Практическая работа №4 «Обратные тригонометрические функции»

Цель занятия: *Обобщить и систематизировать знания по теме «Основы тригонометрии»; закрепить умения использовать полученные знания для преобразования тригонометрических выражений.*

Оборудование: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии.

Порядок выполнения работы:

1.Ответьте на контрольные вопросы по домашнему заданию.
2. Изучите теоретический материал.
3. Выполните практическую часть.
4. Оформить отчет о работе.

Контрольные вопросы.

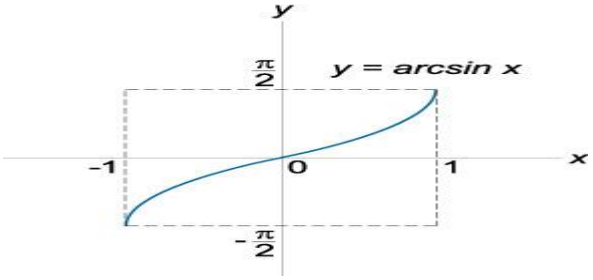
1.Дайте определение тригонометрическим функциям через единичную окружность?
2.Какой координате точки соответствует значение синуса угла?
3.Какой координате точки соответствует значение косинуса угла?
4.Перечислите основные тригонометрические тождества.
5.Как определяются знаки тригонометрических функций по четвертям?

1. Теория

1.К *обратным тригонометрическим функциям* относятся следующие 6 функций: *арксинус*, *арккосинус*, *арктангенс*, *арккотангенс*, *арксеканс* и *арккосеканс*.

2.Поскольку исходные тригонометрические функции периодические, то обратные функции, вообще говоря, являются *многозначными*. Чтобы обеспечить однозначное соответствие между двумя переменными, области определения исходных тригонометрических функций ограничивают, рассматривая лишь их *главные ветви*. Например, функция y=sinx рассматривается лишь в промежутке x∈[−π/2,π/2]. На этом интервале обратная функция арксинус определена однозначно.

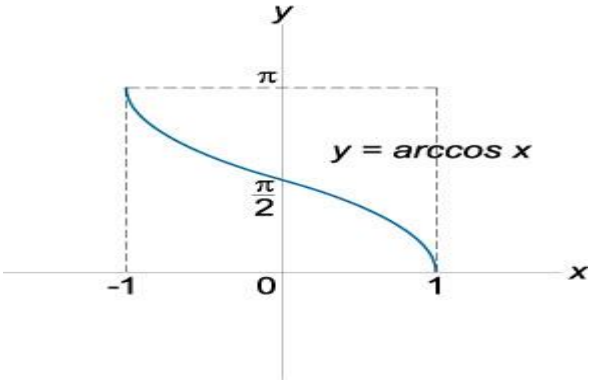
3.Функция арксинус : Арксинусом числа a (обозначается arcsina) называется значение угла x в интервале [−π/2,π/2], при котором sinx=a. Обратная функция y=arcsinx определена при x∈[−1,1], область ее значений равна y∈[−π/2,π/2].



2.

4.Функция арккосинус

Арккосинусом числа a (обозначается arccosa) называется значение угла x в интервале [0,π], при котором cosx=a. Обратная функция y=arccosx определена при x∈[−1,1], область ее значений принадлежит отрезку y∈[0,π].



3.

Выполнить следующие задания

Вариант №1

1.Вычислите: а) arccos 0,25; б) arcctg √ 3

2. Вычислите: arcsinx+arccosx=

3. Решите уравнение: 2+sinx=1

Вариант №2

1.Вычислите : а) arcctg (− √ 3) ; б) arcsin1;

2. Вычислите: arctgx +arcctgx=

3. Решите уравнение: 2+cosx=1

Практическое занятие № 5 «Векторы. Действия с векторами».

Цель работы: систематизировать знания студентов по теме «Координаты вектора. Скалярное произведение векторов»; закрепить умения использовать полученные знания для решения геометрических задач.

Оборудование: инструкция по выполнению работы; тетради, чертёжные инструменты.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомиться с теоретическим материалом.
2. Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.
3. Ответить на вопросы
4. Оформить отчет о работе

Теория

Примеры и последовательность выполнения заданий.

Пример 1

Даны векторы $\overline{a}\{5;3;0\}$; $\overline{b}\left\{\frac{1}{2};-2;-4\right\}$; $\overline{c}\{-3;1;1\}$ $\overline{d}\{-1;1;-1\}$

Вычислить $|(2\overline{a}+\overline{k})|-4(2\overline{b}-\overline{c})\overline{d}$

Решение.

$2\overline{a}\{5\cdot 2;3\cdot 2;0\cdot 2\}\Rightarrow 2\overline{a}\{10;6;0\}$; $\overline{k}\{0;0;1\}$

$2\overline{a}+\overline{k}\{10+0;6+0;0+1\}\Rightarrow 2\overline{a}+\overline{k}\{10;6;1\}$

$$\left|2\overline{a}+\overline{k}\right|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{10^2+6^2+1^2}=\sqrt{100+36+1}=\sqrt{137}$$

$2\overline{b}\left\{2\cdot\frac{1}{2};2\cdot(-2);2\cdot(-4)\right\}\Rightarrow 2\overline{b}\{1;-4;-8\}$

$2\overline{b}-\overline{c}\{1-(-3);-4-1;-8-1\}\Rightarrow 2\overline{b}-\overline{c}\{4;-5;-9\}$

$4(2\overline{b}-\overline{c})\{4\cdot 4;4\cdot(-5);4\cdot(-9)\}\Rightarrow 4(2\overline{b}-\overline{c})\{16;-20;-36\}$

Так как $4(2\overline{b}-\overline{c})\overline{d}$ - это скалярное произведение векторов, то по формуле скалярного произведения $\overline{a}\cdot\overline{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$ получим:

$4(2\overline{b}-\overline{c})\overline{d}=16\cdot(-1)+(-20)\cdot 1+(-36)\cdot(-1)=-16-20+36=0$

Тогда $|(2\overline{a}+\overline{k})|-4(2\overline{b}-\overline{c})\overline{d}=\sqrt{137}+0=\sqrt{137}$

Ответ: $|(2\overline{a}+\overline{k})|-4(2\overline{b}-\overline{c})\overline{d}=\sqrt{137}$

Пример 2. Выяснить при каких значениях m и n данные векторы коллинеарные: $\overline{a}\{m;2;5\}$ и $\overline{b}\{1;-1;n\}$.

Решение. У коллинеарных векторов соответствующие коэффициенты пропорциональны. Запишем соответствующую пропорцию, из которой найдем m и n:

$\frac{m}{1}=\frac{2}{-1}=\frac{5}{n}$, откуда $m=\frac{2\cdot 1}{-1}=-2;\quad n=\frac{5\cdot(-1)}{2}=-\frac{5}{2}=-2.5$

Ответ: m = -2, n = -2.5.

Задание1.Какие из данных точек A(5; 9; 0), B (5; 0; 0), C(0; 0; 9), D(-6; 0; 2), E(0; 1; 0), F(5; 1; 0); G(0; 25; -1), H(9; 10; 11) принадлежат **а)** оси абсцисс; **б)** оси ординат; **в)** оси аппликат; **г)** плоскости Oxy; **д)** плоскости Oyz; **е)** плоскости Oxz?

Задание 2.

а) Запишите координаты векторов: $\overline{a}=5\overline{i}-2\overline{j}-3\overline{k}$; $\overline{b}=-\overline{i}-7\overline{k}$; $\overline{c}=8\overline{j}$

б) Запишите разложения векторов $\overline{a}$и $\overline{b}$ по координатным векторам $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ и найдите их скалярное произведение**:** $\overline{a}\{-2;3;5\}$; $\overline{b}\left\{\frac{1}{2};-1;4\right\}$

Задание 3.

Даны векторы $\overline{a}\{2;-3;4\}$; $\overline{b}\left\{-\frac{1}{2};2;0\right\}$; $\overline{c}\{-3;2;-6\}$; $\overline{d}\{1;-1;0\}$

Вычислить $|(-4\overline{a}+5\overline{i})|-(4\overline{b}-3\overline{c})\overline{d}$

Задание 4.

При каких значениях k и c данные векторы коллинеарные:

а) $\overline{a}\{2; c; 3\}$, $\overline{b}\{3; 2; k\}$; б) $\overline{a}\{k; c; 2\}$, $\overline{b}\{6; 9; 3\}$

Контрольные вопросы.

1.Понятие прямоугольной системы координат в пространстве. Ее элементы.

2.Понятие вектора. Действия над векторами в координатной форме.

3.Скалярное произведение векторов.

4.Угол между векторами.

5.Длина вектора. Разложение вектора по координатным векторам.

Практическое занятие № 6 «Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов».

Цель работы: закрепить навыки использования правил действий над векторами в векторной и координатной формах

<u>Форма выполнения:</u> индивидуальная работа по вариантам

При решении задач в координатах применяют правила:

1. Если вектор $\vec{a}$ имеет координаты $\{x; y; z\}$, то его можно разложить по координатным векторам

$\vec{a} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$- координатные векторы.

Пусть даны векторы $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$

2. Если $\vec{a} = \vec{в}$, то $x_1 = x_2, y_1 = y_{2,} z_1 = z_2$

3. $\vec{a} + \vec{в}\ \{x_1 + x_2;\ y_1 + y_2;\ z_1 + z_2\}$

4. $\vec{a} - \vec{в}\ \{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$

5. $k \cdot \vec{a}\ \{k \cdot x_1; k \cdot y_1; k \cdot z_1\}$

<u>Скалярное произведение векторов</u>:$\vec{a} \cdot \vec{в} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{в}\right| \cdot \cos\alpha$

Скалярное произведение векторов в координатах: $\vec{a} \cdot \vec{в} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

<u>Вычисление координат середины отрезка</u>

$A(x_1; y; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$ и$C(x; y; z)$ - середина отрезка

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}\ ;\ y = \frac{y_1 + y_2}{2}\ ;\ z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

<u>Вычисление длины вектора по его координатам</u>

$\vec{a}\{x\,; y\,; z\}$ $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

<u>Расстояние между двумя точками</u>

$$M_1(x_1; y; z_1)\ , M_2(x_2; y_2; z_2)\ |\ M_1M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Угол между векторами $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$

$$\cos\alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Угол между прямыми , где $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{в}\{x_2; y_2; z_2\}$ - направляющие векторы прямых

$$\cos\alpha = \frac{|x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Ход практической работы:

Выполнить задания по вариантам:

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Записать координаты вектора $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ **2.** Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 1\}, \vec{b}\{-2; 1; 0\}, \vec{c}\{0; 0,2; 0\}$. Найти координаты векторов: а) $\vec{a} + \vec{b}$, б) $2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{d}$ **3.** Даны координаты точек A,B,C,D. Равны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$? A(3;-1;5), B(8;-4;8), C(3;-1;0), D(8;0;3). **4.** Найти координаты середины отрезка BC. Координаты точек B и C взять из задания 3. **5.** Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$. Координаты точек A,B,C,D взять из задания 3. **6.** Даны векторы $\vec{a}$и$\vec{b}$. Определите, какой угол (острый, прямой или тупой) между ними. $\vec{a}\{3; -1; 1\}, \vec{b}\{-5; 1; 0\}$	**1.** Записать координаты вектора $\vec{a} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ **2.** Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 1\}, \vec{b}\{-2; 1; 0\}, \vec{c}\{0; 0,2; 0\}$. Найти координаты векторов: а) $\vec{a} - \vec{b}$, б) $-6\vec{c} + \vec{d}$ **3.** Даны координаты точек A,B,C,D. Равны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$? A(-1;0;2), B(-5;4;1), C(-3;4;5), D(-7;8;4). **4.** Найти координаты середины отрезка BC. Координаты точек B и C взять из задания 3. **5.** Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$. Координаты точек A,B,C,D взять из задания 3. **6.** Даны векторы $\vec{a}$и$\vec{b}$. Определите, какой угол (острый, прямой или тупой) между ними. $\vec{a}\{-5; 1; 0\}, \vec{b}\{-1; -2; 1\}$

Практическое занятие № 7 « Параллельное проектирование и его свойства».

Цель работы: закрепить знания и умения студентов по теме «Параллельное проектирование и его свойства. Взаимное расположение пространственных фигур»; на практике научиться строить пространственные изображения фигур.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, линейка, карандаш, треугольники, прямоугольники, круги, трапеции, квадраты.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

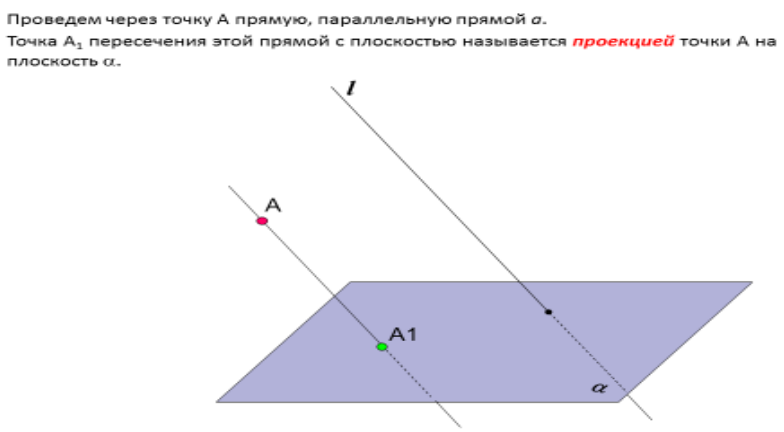
2.Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.

3.Оформить отчет о работе, сделать вывод

Теоретическая часть:

Параллельное проектирование и его свойства.

В стереометрии изучаются пространственные фигуры, однако на чертеже они изображаются в виде плоских фигур. Каким же образом следует изображать пространственную фигуру на плоскости? Для этого используется параллельное проектирование пространственной фигуры на плоскость. Параллельная проекция всем хорошо знакома из жизни- тень фигуры. Солнце находится от нас так далеко, что его лучи в любой момент времени можно считать практически параллельными. Поэтому тень от любого предмета на дороге или стене дома представляет собой проекцию этого предмета на плоскость дороги или стены параллельно лучам солнца.



Пусть задана некоторая плоскость α, и некоторая прямая *a*, пересекающая плоскость α.
Проекцией точки А на плоскость α называется точка A_1 - точка пересечения с плоскостью α прямой, параллельной прямой *a*, проходящей через точку А. Плоскость α называется плоскостью проекцией, прямая *a* – проектирующей прямой или прямой, задающей направление проектирования. Все прямые, параллельные прямой *a*, задают одно и то же направление проектирования. Проекцией некоторой фигуры называется множество проекций всех ее точек.

Свойства параллельного проектирования:

1. Проекция прямой есть прямая, проекция отрезка – отрезок.
2. Параллельность прямых (отрезков, лучей) сохраняется.
3. Отношение длин отрезков, лежащих на параллельных или на одной прямой сохраняется.
4. Линейные размеры плоских фигур (длины отрезков, величины углов) не сохраняются.

Изображение пространственных фигур.

В стереометрии изображением фигуры называют любую фигуру, подобную параллельной проекции данной фигуры. Для данной фигуры форма ее изображения зависит от положения данной фигуры относительно плоскости проекций и от направления проектирования.

Практическая часть:

Задание: С помощью тени изобразить возможные варианты параллельных проекций плоских фигур на плоскость и сделать вывод. Для этого используем разные модели

Вариант 1

Треугольник, четырехугольник, окружность.

Вариант 2 Прямоугольник, овал, равносторонний треугольник.

Контрольные вопросы:
1.Приведите примеры параллельного проектирования в природе.
2.При параллельном проектировании изображением отрезка является …..

Практическое занятие № 8 « Угол между прямой и плоскостью»

Цель: Уметь находить угол между прямой и плоскостью и угол между плоскостями.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Теоретические сведения

Угол между прямой и плоскостью.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.

Определим понятие угла между плоскостями.

Определение: Угол между параллельными плоскостями считается равным нулю.

Пусть данные плоскости пересекаются. Проведем плоскость, перпендикулярную прямой их пересечения. Она пересекает данные плоскости по двум прямым. Угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями .

Заметим, что при пересечении двух плоскостей вообще-то образуются четыре угла. В качестве угла между плоскостями мы берем острый угол.

Проверь себя:

какой угол называется двугранным?

назовите двугранный угол,

назовите ребро двугранного угла,

назовите грани двугранного угла,

назовите линейный угол двугранного угла,

каким свойством обладают линейные углы двугранного угла?

как построить линейный угол двугранного угла?

чему равна градусная мера двугранного угла?

Задание практической части.

Ответы обосновать.

Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D.

В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1,найдите угол между плоскостями ABC и BCD.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1.

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и A_1B_1C.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC.

<u>Контрольные вопросы по теме</u>

1 . Что такое стереометрия?

2. Сформулируйте аксиомы стереометрии.

3. Какие прямые в пространстве называются параллельными?

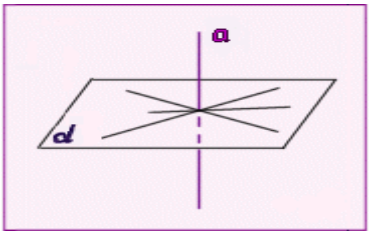
4. Какие прямые называются скрещивающимися?

5. Что значит: прямая и плоскость параллельны?

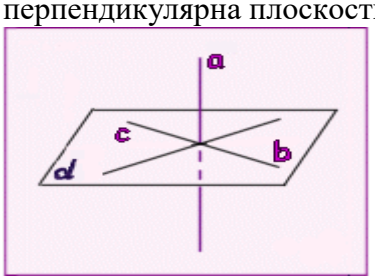
6. Признак параллельности прямой и плоскости.

Практическое занятие № 9. « Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей».

Цель :формирование пространственных представлений прямых и плоскостей в пространстве – перпендикулярные прямые и плоскости.
Теоретические сведения:
Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна каждой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.



ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.
Если прямая, пересекающая плоскость, перпендикулярна двум прямым в этой плоскости, проходящим через точку пересечения данной прямой и плоскости, то она перпендикулярна плоскости.



***1-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ*.**
Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

***2-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ*.**
Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

Практическое содержание:

ПЗ: «Признак перпендикулярности прямой и плоскости»
Вариант 1.

1. Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если
2. Если одна из параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то ….
3. Точка Е не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD, BE $\perp$AB, BE $\perp$BC. Тогда прямая и плоскость BCE:

   а) параллельны, б) перпендикулярны, в) скрещиваются, г) прямая лежит в плоскости, д) перпендикулярны, но не пересекаются.

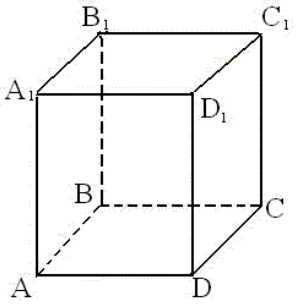


Рис.1

.

4. Назовите:
1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (DCC_1)
2) плоскости, перпендикулярные ребру BB_1

5. Определите взаимное расположение:
1) прямой CC_1 и плоскости (DCB)
2) прямой D_1C_1 и плоскости (DCB)
6. Через вершину острого угла прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C проведена прямая AD, перпендикулярная плоскости треугольника. Найдите расстояния от точки D до вершин B и C, если AC=a, BC=b, AD=c.

Вариант 2.

1.Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если……
2. Если плоскость перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она…

3. Расстояния от точки M до сторон прямоугольного треугольника ABC (угол C равен 90°) равны. Какое из следующих утверждений верно?

а) плоскости MAB и ABC перпендикулярны, б) плоскости MBC и ABC перпендикулярны, в) плоскости MAC и ABC перпендикулярны, г) плоскости MAC и MBC перпендикулярны, д) условия в пунктах а - г неверны
4. Назовите:
1) рёбра, перпендикулярные к плоскости (BCC_1)
2) плоскости, перпендикулярные ребру AA_1
5. Определите взаимное расположение:
1) прямой DD_1 и плоскости (DCB)
2) прямой D_1C_1 и плоскости (BCB_1)

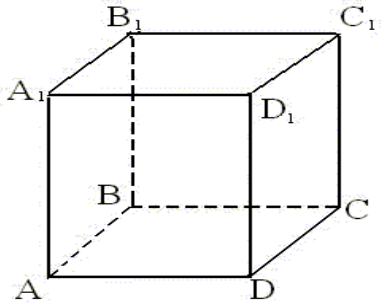


Рис.1

6. . Отрезок BM перпендикулярен к плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна к плоскости MBC.

Практическое занятие № 10. «Исследование функции с помощью производной».
Цель занятия: 1) знать определение функции, области определения функции и области значений функции;

2) уметь вычислять значение функции в заданной точке;

3) уметь находить область определения и область значений функции.

Дидактическое оснащение практического занятия: методические рекомендации к выполнению работы

Порядок выполнения работы:
1. Изучите теоретический материал.
2. Выполните практическую часть.
3.Ответьте на контрольные .
4. Оформить отчет о работе.

Теория:

Пример1.Дана функция $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$. Найти $f(0)$.

Решение. Чтобы вычислить значение $f(0)$, надо в данную функцию вместо аргумента x подставить его значение $x = 0$. Имеем $f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 0 - 1 = -1$.

Пример2. Найдите область определения функций: а) $y = \frac{7}{x-5}$; б) $y = \sqrt{2x+1}$.

Решение. а) Дробь $\frac{7}{x-5}$ имеет смысл при тех значениях x, при которых знаменатель ($x - 5$ не равен нулю. Решив уравнение $x - 5 = 0$, найдем его корень $x = 5$. Таким образом, областью определения данной функции являются все действительные числа, кроме числа 5.

Ответ: (-∞; 5) ∪ (5; +∞).

б) Квадратные корни определены для неотрицательных чисел. Поэтому данная функция определена для всех значений x, удовлетворяющих неравенству $2x + 1 \geq 0$. Решив неравенство $2x + 1 \geq 0$, получим $x \geq -3{,}5$.

Ответ: (-3,5; +∞).

Пример: Для функции, график которой изображен на рисунке, найдите:

а) область определения функции;

б) множество значений функции;

в) промежутки знакопостоянства функции;

г) точки пересечения графика функции с осями координат;

д) промежутки возрастания и убывания функции;

е) точки максимума и минимума функции;

ж) экстремумы функции.

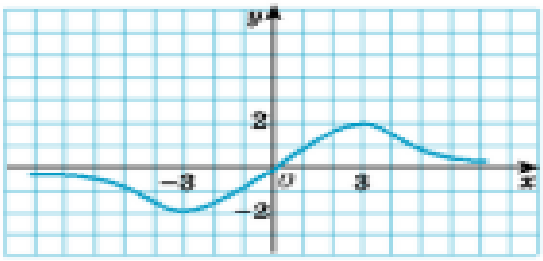


Рис. 1

Решение.

а) область определения функции – [-∞; +∞]

б) множество значений функции – [-2; 2]

в) промежутки знакопостоянства функции - [-∞; 0] ∪ [0; +∞]

г) точки пересечения графика функции с осями координат:

с осью OX – (0; 0)

с осью OY – (0; 0)

д) промежутки возрастания функции – [-3; 3]

промежутки убывания функции - [-∞; -3] ∪ [3; +∞]

е) точки максимума и минимума функции – $x_{max} = 3$ и $x_{min} = -3$

ж) экстремумы функции – $y_{max} = 2$ и $y_{min} = -2$.

Варианты практической работы

Вариант 1.

1.Найдите область определения функций: $y = \frac{5}{3x^2-2x}$;

2.Для функции $f(x) = (x+1)^6$ найдите $f(1)$.

Вариант 2.

1.Найдите область определения функций: $y = \frac{5x-4}{x^2-7x+6}$;

2.Для функции $f(x) = x^3 + 3x - 1$ найдите $f(-2)$.

№3 Для функции, график которой изображен на рисунке, найдите:

а) область определения функции;

б) множество значений функции;

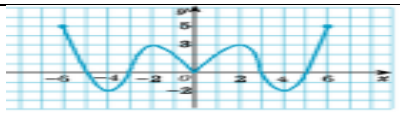
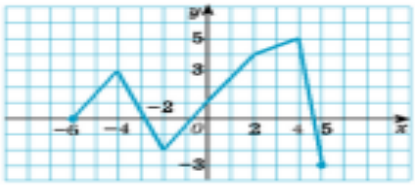
в) промежутки знакопостоянства функции;

г) точки пересечения графика функции с осями координат;

д) промежутки возрастания и убывания функции;

е) точки максимума и минимума функции;

ж) экстремумы функции.

Вариант 1.	 Рис. 4
Вариант 2.	 Рис. 5

4.Начертите эскиз графика функции f (x).

Вариант 1.	$x_{max} = -2$, $x_{min} = -5$, $f(2) = 6$, $f(-5) = 1$.
Вариант 2.	$x_{max} = -4$, $x_{max} = 3$, $x_{min} = -1$, $f(-4) = 5$, $f(3) = 2$, $f(-1) = -2$.

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ.

Контрольные вопросы:

1. Какое соответствие называется числовой функцией?
2. Каким образом обозначаются функции?
3. Что называется аргументом функции?
4. Что называется значением функции?
5. Дайте определение области определения функции.
6. Дайте определение области значений функции.

Практическое занятие № 11 «Различные виды многогранников».

Цель работы: закрепить знания и совершенствовать умения в решении геометрических задач на пространственные фигуры.
Оснащение: инструкционная карта, линейка, карандаш.
Порядок выполнения работы:
1. Ответить на контрольные вопросы
2.Изучить теоретический материал.
3.Рассмотреть примеры решения упражнений.
4.По необходимости обращаться к преподавателю.
5. Оформить отчёт.
Контрольные вопросы:

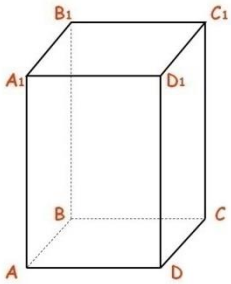
1). Записать формулу нахождения $S_{полн}$ для призмы.
2). Записать формулу нахождения $S_{полн}$ для пирамиды.
3).Записать формулу нахождения $S_{бок}$ для прямой и правильной призмы.
4). Записать формулу нахождения $S_{бок}$ для правильной пирамиды.

Теоретическая часть:

1. Нарисовать параллелепипед. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани параллелепипеда.
Решение**:**

1)Вершины: A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1.
2) Ребра: AB, BC, CD, DA, A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1.
3) Грани: ABCD, $A_1B_1C_1D_1$, ABB_1A_1, BCC_1B_1, CDD_1C_1, ADD_1A_1.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, стороны основания которого 10 см и 15 см, а его боковое ребро равно 6 см. Найти $S_{полн}$ параллелепипеда.
Дано: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед
AB=10 см, BC=15 см, AA_1=6 см
Найти: $S_{полн}$
Решение:

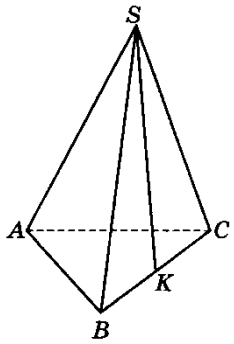


$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$
$$S_{\text{бок}} = \text{P}_{\text{осн}} \cdot h = (AB + BC + CD + AD) \cdot AA_1$$
$$= (10 + 15 + 10 + 15) \cdot 6 = 300\text{см}^2$$
$$S_{\text{осн}} = \text{AB} \cdot \text{BC} = 10 \cdot 15 = 150\text{см}^2$$
$$S_{\text{полн}} = 300 + 2 \cdot 150 = 600\text{см}^2$$

Ответ: $S_{\text{полн}} = 600\text{см}^2$

3. В основании правильной пирамиды – треугольник со стороной 12 см. Высота боковой грани равна 20 см. Найти $S_{\text{полн}}$ ***пирамиды.***

Дано: SABC – правильная пирамида
AB=12 см, SK=20 см
Найти: $S_{\text{полн}}$



Решение:

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}\text{P}_{\text{осн}} \cdot h_a = \frac{1}{2}(\text{AB} + \text{BC} + \text{AC}) \cdot SH$$
$$= \frac{1}{2}(12 + 12 + 12) \cdot 20 = 360\text{см}^2$$

Так как в основании правильный треугольник, то$\angle\text{A} = \angle\text{B} = \angle\text{C} = 60°$, отсюда следует

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot \text{AB} \cdot \text{BC} \cdot sin\angle\text{B} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}\text{см}^2$$
$$S_{\text{полн}} = 360 + 36\sqrt{3} = 36\left(10 + \sqrt{3}\right)\text{см}^2$$

Ответ: $S_{\text{полн}} = 36\left(10 + \sqrt{3}\right)\text{см}^2$

Выполнить самостоятельно:

I вариант	**II вариант**
1. Нарисовать пирамиду, в основании которой лежит треугольник. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани пирамиды.	1. Нарисовать треугольную призму, боковые ребра которой, перпендикулярны основанию. Записать и перечислить все вершины, ребра и грани призмы.
2. Ребро куба равно 4 см. Найти $S_{\text{бок}}$ куба.	2. Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания 3 см., а высота боковой грани равна 4 см. Найти $S_{\text{бок}}$ пирамиды.
3. В основании пирамиды лежит ромб с диагоналями 12 мм 16 мм, а высота боковой грани равна 20 мм. Найти $S_{\text{полн}}$ пирамиды.	3. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см. Боковое ребро призмы равно 10 см. Найти $S_{\text{полн}}$ призмы.

4. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, длина бокового ребра 8 см. Найти $S_{полн}$ призмы.	4. Основание пирамиды – квадрат ABCD со стороной 4 см. Боковое ребро SB перпендикулярно основанию и равно 3 см. Найти $S_{полн}$ пирамиды.

Практическое занятие № 12 « Сечения, развертки многогранников. Виды симметрий в пространстве».

Цель работы: в ходе выполнения практической работы применить теоретические знания по выполнению арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы на практике

Форма выполнения: индивидуальная работа по вариантам

Ход практической работы:

Выполнить задания по вариантам:

Вариант 1	Вариант 2
Какой многоугольник с наибольшим числом сторон может получиться в сечении тетраэдра? 1.шестиугольник 2.четырехугольник 3.пятиугольник 4.треугольник	**Какой многоугольник с наибольшим числом сторон может получиться в сечении n-угольной призмы?** 1.n — 1-угольник 2.n + 2-угольник 3.n + 1-угольник 4.n-угольник
Может ли в сечении куба *A…D₁* плоскостью получиться квадрат? А) да, например, сечение, проходящее через вершины куба *a, a₁, c* Б) нет В)да, это любое сечение, перпендикулярное грани куба Г)да, это любое сечение, параллельное грани куба	**Может ли в сечении куба *A…D₁* плоскостью получиться равнобедренный треугольник?** А)да, например, сечение, проходящее через вершины куба a, a_1, c Б)да, например, сечение, проходящее через вершину куба a_1 и точки *e, f* — середины ребер *ав* и *вс* В)да, например, сечение, проходящее через вершину куба $в_1$ и точки *e, f* — середины ребер *ав* и *вс* Г)нет
Построить сечение	
Треугольной пирамиды *PABC* плоскостьюα = (MKH), где MϵPC, KϵAB, HϵPB.	Четырехугольной пирамиды PABCDплоскостьюα = (MKH), где MϵPD, KϵPC, HϵPA.

Прямоугольного параллелепипедаABCD$A_1B_1C_1D_1$ плоскостьюα = (MKH), где M∈BB_1, K ∈CC_1, H∈AB.	Прямоугольного параллелепипеда ABCD$A_1B_1C_1D_1$ плоскостью α = (MKH), где M ∈ B_1C_1, K ∈ CC_1, H ∈ AA_1
Построить развертку	
трехгранной призмы	Наклонного цилиндра

Практическое занятие № 13 « Площадь поверхности. Вычисление площадей и объемов».

Цель работы: закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов многогранников.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, таблицы .

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Рассмотреть примеры решения задач.
3.Изучить задания практической части и выполнить их.
4.По необходимости обращаться к преподавателю.
5.Оформить отчет.

Теория

Тело	***Объём***	***Площадь боковой поверхности***	***Площадь полной поверхности***
Прямоугольный параллелепипед	$V=abc$,	$S_{бок}=2(ac+bc)$,	$S_п=2(ab+bc+ac)$,
Куб	$V=a^3$	$S_{бок}=4a^2$	$S_п=6a^2$
Призма	$V= S_{осн} \cdot h$	$S_{бок} = P_{осн} \cdot h$	$S_п= 2S_{осн} + S_{бок}$
Пирамида	$V = \frac{1}{3} S_{осн} H$	$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot H$	$S_п = S_{осн} + S_{бок}$

Выполните задания:
1 вариант

1 уровень

1.Заполните таблицу:

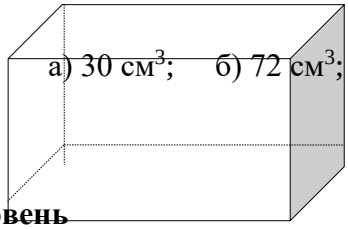
Объем пирамиды	**?**	**Объем призмы**
?	a^3	?

2.Площадь полной поверхности куба равна 6 см^2. Найдите его объем.
а) 1 см^3; б) 2 см^3; в) 1,5 см^3.

3.Определите верно утверждение или нет?

А. Единицей измерения объемов является объем куба, длина ребра которого принимается за единицу измерения длины.
Б.Объем пирамиды равен произведению площади основания на высоту.

4.Основание прямой призмы – прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см, высота 3 см. Найдите объем призмы.



а) 30 см^3; б) 72 см^3; в) 72 см^2.

2 уровень

5. Измерения прямоугольного параллелепипеда 15 м, 50 м, 36 м. Определите ребро куба, равновеликого прямоугольному параллелепипеду.

а) 9 м; б) 30 м; в) $3\sqrt{7}$ м.

6.Диагональ квадрата, лежащего в основании правильной пирамиды, равна 8 дм, а её высота равна 12 дм. Найдите объём пирамиды.

а) 768 дм^3; б) 384 дм^3; в) 128 дм^3.

3 уровень

7.Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 6 см, ширина – 5 см, а диагональ 11 см.

а) $60\sqrt{15}$ см^3; б) $2\sqrt{15}$ см^3; в) 85 см^3.

8. Основанием пирамиды МАВС служит треугольник со сторонами $AB = 5$ см, $BC = 12$ см, $AC = 13$ см. Найдите объём пирамиды, если $MB \perp (ABC)$ и $MB = 10$ см.

а) 300 см^3; б) 260 см^3; в)100 см^3.

2 вариант

1 уровень

1.Заполните таблицу

Объем куба	**?**	**Объем пирамиды**
?	$V = S_{осн} \cdot h$	?

2.Объём куба равен 8 м^3. Найдите площадь полной поверхности этого куба.

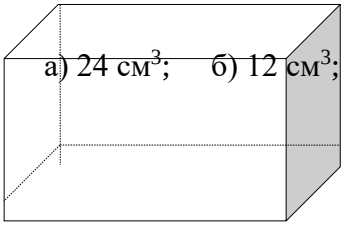
а) 96 м^2; б) 24 м^2; в) 16 м^2.

3.Определите верно утверждение или нет.

А. Объём единичного куба равен единице.

Б. Объем призмы равен произведению площади основания на высоту.

4.Основание прямой призмы – квадрат со стороной 2 см, высота 6 см. Найдите объем призмы.



а) 24 см^3; б) 12 см^3; в) 10 см^2.

2 уровень

5.Измерения прямоугольного параллелепипеда 25 м, 10 м, 32 м. Определите ребро куба, равновеликого прямоугольному параллелепипеду.

а) 1,8 м; б) 3 м; в) 20 м.

6.Найдите объём треугольной пирамиды, стороны основания которой 5 см, 5 см и 6 см, а высота равна 12 см.

а) 144 см^3; б) 48 см^3; в) 12 см^3.

3уровень

7. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 6 см, ширина – 7 см, а диагональ 11 см.

а) 252 см^3; б) 24 см^3; в) 85 см^3.

8. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, если все её рёбра равны 2√2 см.

а) 2 см^3; б) $\frac{8}{3}$ см^3; в) $\frac{16}{3}$ см^3; г) 8 см^3; д) 4 см^3.

Практическое занятие № 14 « Интеграл и первообразная».

Цель работы: закрепить знания и совершенствовать умения по нахождению первообразной функции, нахождение площади криволинейной трапеции и фигур.

Оборудование: инструкционно-технологические карты

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:
 а)Дать определение первообразной функции
б)Написать формулу Ньютона – Лейбница
2. Рассмотрите теоретическую часть.
3. Выполнить практическую часть.
4. Выполнить отчёт

Теория.

1. Показать, что функция $F(x) = e^{2x} + x^3 - cosx$ является первообразной для функции $f(x) = 2e^{2x} + 3x^2 + sinx$ на всей числовой прямой.

Решение: По определению первообразной $F'(x) = f(x)$, поэтому

$F'(x) =$ - да является.

Ответ: да является.

2. Для функции $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ найти первообразную, график которой проходит через точку М(1;-2)

Решение:

Найдем первообразную для $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$

$$F(x) = 3\frac{x^{2+1}}{2+1} + 2\frac{x^{1+1}}{1+1} - 3x = 3\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} - 3x = x^3 + x^2 - 3x + C$$

Подставляем координаты точки М, получаем:

$$-2 = 1^3 + 1^2 - 3 \cdot 1 + C = C = -2 - 1 - 1 + 3 = -1$$

Теперь в первообразную F(x) вместо С подставим получившееся число, получаем

$$F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$$

Ответ: $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1.$

3. Найти одну из первообразных функции $f(x) = 4x^3 - sin(2x - 3)$

Решение:

$$F(x) = 4\frac{x^{3+1}}{3+1} -$$

4. Вычислить интеграл $\int_2^4 \frac{dx}{x^2}$

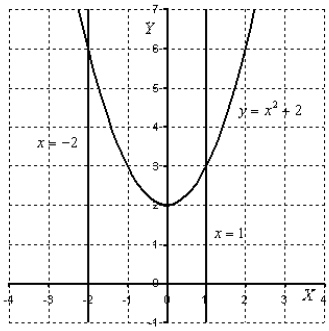
Решение:

$$\int_2^4 \frac{dx}{x^2} = \int_2^4 \frac{1}{x^2}dx = \int_2^4 x^{-2}dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1}\Big|_2^4 = \frac{x^{-1}}{-1}\Big|_2^4 = \frac{-1}{x}\Big|_2^4 = \frac{-1}{4} - \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

5. Вычислить площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисунке

Решение:

$$S = \int_{-2}^{1}(x^2+2)dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_{-2}^{1} = \frac{1}{3} + 2 - \left(-\frac{8}{3} - 4\right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = 9$$

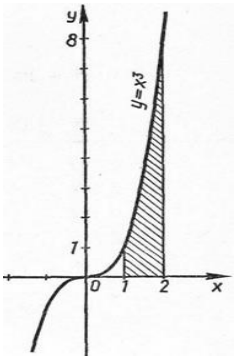
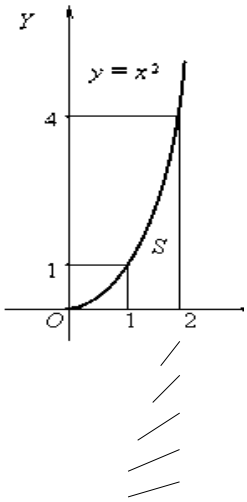


Ответ: 9 кв.ед.

Ответ: $\frac{9}{2}$ кв. ед.

Выполните самостоятельно практическую часть

I вариант	II вариант
1. Показать, что функция $F(x) = \frac{x^6}{6}$ является первообразной для функции $f(x) = x^5$	1. Показать, что функция $F(x) = \frac{x^5}{5}$ является первообразной для функции $f(x) = x^4$
2. Для функции $f(x) = 2x + 3$ найти первообразную, график которой проходит через точку М(1;2)	2. Для функции $f(x) = 4x - 1$ найти первообразную, график которой проходит через точку М(-1;3)
3. Найти одну из первообразных функции $f(x) = e^{2x} - cos3x$	3. Найти одну из первообразных функции $f(x) = 3e^x - sin2x$
4. Вычислить интеграл $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x})dx$	4. Вычислить интеграл $\int_1^9 \left(2x - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)dx$

5. Вычислить площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисункеУx^3 	5.  Вычислить площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисунке $y = x^2$

Практическое занятие № 15 « Выполнение расчётов с радикалами».

Цель работы: отрабатывать умение преобразования выражений, содержащих иррациональные выражения.

Оборудование: рабочая тетрадь, ручка, методические рекомендации по выполнению практической работы.

Порядок выполнения работы:

- 1) Изучите теоретический материал по теме;
- 2) Рассмотрите образцы решения задач по теме;
- 3) Выполните самостоятельную работу по вариантам, оформите решение в рабочей тетради.
- 4) Ответьте на контрольные вопросы.

Теория

Основные свойства корней

Для любого натурального n, целого k и любых неотрицательных чисел a и b выполнены равенства:

1⁰. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

2⁰. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(b \neq 0)$.

3⁰. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ $(k > 0)$.

4⁰. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ $(k > 0)$.

5⁰. $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ (если $k \leqslant 0$, то $a \neq 0$).

Для арифметического корня n-й степени, как и для квадратного корня, существуют операции внесения множителя под знак корня и вынесение множителя из-под знака корня.

Например :

$$2\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{2^3 a} = \sqrt[3]{8a}.$$

Из примера видно, что для внесения множителя под знак корня n-й степени его нужно возвести в n-ю степень. Нужно помнить, что под знак с четным показателем мы имеем право внести только положительный множитель, например:

$$-a^3\sqrt[4]{3в} = -\sqrt[4]{(a^3)^4 \cdot 3в} = -\sqrt[4]{3a^{12}в}.$$

Аналогично производится вынесение множителя из-под знака корня , например:

а) $\sqrt[3]{27a^2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{a^2} = 3\sqrt[3]{a^2}$;

б) $\sqrt{5a^6c} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^6} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{5c} \cdot \sqrt{(a^3)^2} = \sqrt{5c} \cdot |a|^3$;

в) $\sqrt[3]{54a^{10}} = \sqrt[3]{27 \cdot 2 \cdot a^9a} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[3]{(a^3)^3} = 3a^3\sqrt[3]{2a}$;

Варианты практической работы:

1 вариант	2 вариант
№1 Вычислить:	
а) $\sqrt[3]{-216}$; б) $\sqrt[5]{32}$;	а) $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$; б) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$.
№2 Решите уравнение:	
а) $x^3=64$; б) $x^4 - 81=0$;	а) $16x^4-1=0$; б) $12\frac{3}{4} - \frac{3}{4}x^2 = 0$.
№3 Вычислить	
а) $\sqrt[3]{0{,}008 \cdot 27}$; б) $\frac{\sqrt[3]{24}}{4\sqrt[3]{2}}$;	а) $\frac{5\sqrt[3]{17}}{\sqrt[3]{136}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{-9}}$.
№4Упростите выражение:	
а) $\sqrt[7]{2^{14}q^{28}}$; б) $\sqrt[5]{11^5d^{10}}$; в) $\frac{\sqrt[3]{375n^2}}{\sqrt[3]{3n^{14}}}$;	а) $\sqrt[4]{8x^3y^5} \cdot \sqrt[4]{2xy^7}$; б) $\sqrt[5]{\frac{8c^2}{d}} : \sqrt[5]{\frac{d^9}{4c^3}}$; в) $\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}$.
№5Вынесите множитель из-под знака корня.	
а) $\sqrt[5]{-128a^7}$;	а) $\sqrt[4]{6a^{12}в^6}$.

Контрольные вопросы:

1. Дать определение арифметического корня и степени с рациональным показателем.
2. Свойства корней.

Практическое занятие № 16 «Степень с рациональным показателем»

Цель работы: научиться выполнять действия по преобразованию степени.

Оборудование: рабочая тетрадь, ручка, методические рекомендации по выполнению практической работы.

Порядок выполнения работы:

- 1) Изучите теоретический материал по теме;
- 2) Рассмотрите образцы решения задач по теме;
- 3) Выполните практическую работу по вариантам, оформите решение в рабочей тетради.
- Сделайте вывод

Теория:

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$ **,a** – основание степени, **n** – показатель степени

Свойства:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются, а основание остается неизменным.
$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели вычитаются, а основание остается неизменным.
$$a^m : a^n = a^{m-n}$$
3. При возведении степени в степень показатели перемножаются.
$$(a^m)^n = a^{mn}$$
4. При возведении в степень произведения двух чисел, каждое число возводят в эту степень, а результаты перемножают.
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
5. Если в степень возводят частное двух чисел, то в эту степень возводят числитель и знаменатель, а результат делят друг на друга.
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$
6. Если $a > 0, b > 0, \text{то} a^n > b^n$

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{где} a \neq 0, n > 0$
2. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
3. $a^0 = 1, \text{где} a \neq 0. \text{Если} a = 0, \text{то} 0^0 \text{неимеетсмысла}$
4. По определению: $a^1 = a$

ВАРИАНТ – I	ВАРИАНТ - II
1. Упростите выражение: а) $\left(\frac{a}{b^2-\text{ab}}+\frac{b}{a^2-\text{ab}}\right)\cdot\frac{\text{ab}}{b-a}$; в) $\left(\frac{x}{\text{xy}-y^2}-\frac{y}{x^2-\text{xy}}\right)\div\frac{x^2-y^2}{8\text{xy}}$ 2. Найдите значение выражения: $\frac{2^8\cdot 7^9}{14^{10}}\cdot\frac{26^5\cdot 2^{10}}{13^6\cdot 8^4}$ 3. Упростить: $\sqrt[3]{2a}\cdot\sqrt[3]{4a}$; $\sqrt{121\cdot 36}$ 4. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем $\sqrt[11]{2a^3}$, $\sqrt[10]{x}$, $\sqrt[3]{b^2}$	1. Упростите выражение: а) $\frac{x+3}{x^2+3}\cdot\left(\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}\right)$; в) $\left(\frac{5x+y}{x-5y}+\frac{5x-y}{x+5y}\right)\div\frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2}$ 2. Найдите значение выражения: $\frac{12^5}{2^3\cdot 4^4}$ 3. Упростить: $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$; $\sqrt{75\cdot 48}$ 4. Представьте степень с дробным показателем в виде корня $j^{\frac{31}{8}}, l^{\frac{1}{8}}, h^{-\frac{1}{25}}$

Практическое занятие № 17 «Нахождение значений степеней с рациональными показателями»

Цель: корректировать знания, умения и навыки по теме: «Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями»; закрепить и систематизировать знания по теме.

Оборудование: инструкционно-технологические карты.

Порядок выполнения работы:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты практической части:

<u>Вариант 1</u>

Вычислите: а) 2^{-1} ; б) $27^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(\left(\frac{125}{8}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; г) $\frac{25\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{625\cdot 5^{-3}}$

д) $\frac{a^{-9}}{a^{-2}\cdot a^{-5}}$ при а= $\frac{1}{2}$

<u>Вариант 2</u>

Вычислите: а) 1^{-7} ; б) $27^{\frac{2}{3}}$; в) $9\cdot 0{,}027^{-\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $48^{\frac{2}{5}}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{5}}$.

д) $\frac{a^3\cdot a^{-7}}{a^{-2}}$ при а=2

<u>Вариант 3</u>

Вычислите: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; б) $125^{\frac{2}{3}}$; в) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; г) $\frac{12^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{\frac{9}{4}}}{4^{-\frac{1}{4}}}$

д) $\frac{x^6}{(x^3)^3}$ при а=2

Вариант 4

Вычислите: а) $(-1)^{-7}$; б) $36^{-\frac{1}{2}}$; в) $\left(\frac{1}{625}\right)^{-0,75}-12\cdot 0,0081^{-0,25}$; г) $\sqrt[5]{64}:2^{-\frac{1}{5}}\cdot\left(2^{\frac{1}{10}}\right)^6$

д) $\frac{a^4\cdot a^{-6}}{a^{-5}}$ при а=2

Контрольные вопросы

1) Дайте определение степени с натуральным, отрицательным и дробным показателями.
2) Перечислите свойства степеней с рациональным показателем.

Практическое занятие № 18 « Преобразование логарифмических выражений»

Цель : корректировать знания, умения и навыки в теме: «Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому»; закрепить и систематизировать знания по теме.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

2.Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.

3.Оформить отчет о работе

Теоретическая часть.

Определение: **Логарифмом положительного числа** b по основанию a (обозначается $\log_a b$) — называется показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b, где **b > 0**, **a > 0**, **a≠ 1**.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \; ; \; \log_a a^x = x$$

Примеры.

$\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$;

$\log_7 49 = 2$, так как $7^2 = 49$;

$\log_5 \frac{1}{5} = -1$, так как $5^{-1} = \frac{1}{5}$;

$\lg 100 = 2$, $\log_{10} 100 = 2$, так как $10^2 = 100$

$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$, так как $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

Десятичный логарифм — логарифм с основанием 10, который обозначается как $\lg$

Натуральный логарифм — логарифм с основанием e, обозначается $\ln$

Свойства логарифмов.

При $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1, c > 0, c \neq 1$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

$$8^{2\log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9$$

Логарифм произведения — это сумма логарифмов

Логарифм частного — это разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} = 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81$$

Свойства степени логарифмируемого числа и основания логарифма

Показатель степени логарифмируемого числа $\log_a b^m = m \log_a b$

Показатель степени основания логарифма $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$, в частности если m = n, мы получаем формулу:
$\log_{a^n} b^n = \log_a b$,

например: $\log_4 9 = \log_{2^2} 3^2 = \log_2 3$

Переход к новому основанию

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$. частности, если c = b, то $\log_b b = 1$, и тогда:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Пример: $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 = \log_{0,8} 3 \cdot \frac{\log_{0,8} 1,25}{\log_{0,8} 3} = \log_{0,8} 1,25 = \log_{\frac{4}{5}} \frac{5}{4} = -1$

Практическая часть.

Вариант 1

1.Вычислить: $\log_2 \frac{1}{8} + \log_4 64 + \lg 100$

$$\log_2 4 \cdot \log_3 27 : \log_2 \frac{1}{64}$$

2.Вычислить:

3.Вычислить: $\log_2 \log_{\sqrt{7}} 49$

4.Вычислить: $\log_6 2 + \log_6 3$

5.Вычислить: $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$

6.Вычислить: $\log_5 22 - \log_5 11 - \log_5 10$

7.Вычислить: $2^{2\log_2 10}$

8.Вычислить: $2^{2+\log_2 9}$

9.Вычислить: $3\lg 2 - \lg 4$

10.Вычислить: $2\log_7 32 - \log_7 256 - 2\log_7 14$

11.Найти число x по данному логарифму: $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 19 - \log_{\frac{1}{2}} 38 + \log_{\frac{1}{2}} 3$

Вариант 2

1.Вычислить: $\log_4 \frac{1}{64} + \log_3 81 + \lg 0{,}1$

2. Вычислить: $\log_5 125 : \log_4 16 \cdot \log_{0,5} \frac{1}{32}$

3.Вычислить: $\log_{\frac{1}{27}} \log_5 125$

4.Вычислить: $\log_6 12 + \log_6 3$

5.Вычислить: $\log_2 15 - \log_2 30$

6.Вычислить: $\log_2 5 - \log_2 35 + \log_2 56$

7.Вычислить: $6^{3\log_6 4}$

8.Вычислить: $2^{2+\log_2 9}$

9.Вычислить: $2\lg 5 - \lg 8$

10.Вычислить: $2\log_3 135 - \log_3 20 - 2\log_3 6$

11.Найти число x по данному логарифму: $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 34 - \log_{0,2} 3$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение основного логарифмического тождества?
2. Запишите формулу для вычисления логарифма произведения?
3. Запишите формулу перехода к новому основанию логарифма?

Практическое занятие № 19 « Решение иррациональных уравнений».

Цель: Научиться решать иррациональные уравнения и неравенства, используя основные определения и алгоритм для решения иррациональных уравнений и неравенств.

1 Краткие теоретические сведения

Уравнение, содержащую переменную под знаком корня, называется иррациональным.

Алгоритм решения иррационального уравнения:

1. Записать уравнение
2. Возвести обе части иррационального уравнения в нужную степень
3. Решить полученное уравнение
4. Проверить полученные корни уравнения, подставив их в исходное уравнение
5. Записать ответ

2 Примеры решения заданий:

Решить иррациональное уравнение:

1. $\sqrt{2x+1} = 3$
2. Возведем обе части уравнений в нужную степень, чтобы избавиться от квадратного корня. Эта степень равна 2.

$$\begin{matrix} (\sqrt{2x+1})^2 = 3^2 \\ 2x+1 = 9 \end{matrix};$$

Получили линейное уравнение, решаем его и находим корни:

$$\begin{matrix} 2x = 9 - 1 \\ 2x = 8 \\ x = 4 \end{matrix}$$

3. Проверим полученный корень , подставив его в исходное уравнение.

Проверка:

$\{x = 4|$; $\{x = 4|$; $\{x = 4|$

Получилось верное равенство, значит полученный корень является корнем исходного уравнения

4. Записать ответ. Ответ: $x = 4$

3 Задания

Вариант 1	Вариант 2

Решите иррациональные уравнения:	Решите иррациональные уравнения:
1. $\sqrt{x+1}=6$	1. $\sqrt{x-3}=4$
2. $\sqrt{x^2-3}=1$	2. $\sqrt{x^2-7}=3$
3. $\sqrt{4x+5}=x$	3. $\sqrt{5x-6}=x$
4. $\sqrt{x-9}=\sqrt{1-x}$	4. $\sqrt{x-5}=\sqrt{3-x}$
5. $x=\sqrt{14-2x+3x^2}$	5. $2x-1=\sqrt{x^2+5x+1}$
6. $\sqrt{x^2+3x+5}=3$	6. $\sqrt{4x^2-9x+2}=2$
7. $\sqrt{3-2x}-\sqrt{1-x}=1$	7. $\sqrt{12+x}-\sqrt{1-x}=1$
8. $\sqrt{x}=x-6$	8. $\sqrt{x}=x-2$

Дополнительное задание:

Найти область определения выражений:

1. $\sqrt{x^2-9}$
2. $\sqrt{x^2-8x+12}$
3. $\sqrt{x^2-10x+9}$

Практическое занятие № 20 «Простейшие показательные уравнения».

Цель: закрепить знания по теме «Простейшие показательные уравнения» научиться решать уравнения.

Оборудование: инструкция по выполнению работы; тетради, чертёжные инструменты.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ознакомиться с теоретическим материалом.
2. Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.
3. Оформить отчет о работе

<u>Теоретическая справка.</u>

Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется показательным.

Простейшее показательное уравнение – это уравнение вида $\mathbf{a^x = b}$**,** где a>0, a $\neq$ 1

Уравнение a^x =b не имеет корней, если b<0.

При любых действительных значениях x и y справедливы равенства: $a^x \cdot в^x = (ав)^x$; $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; $a^x : a^y = a^{x-y}$.

Способы решения показательных уравнений:

1. Уравнивание оснований.
2. Вынесение общего множителя за скобки.
3. Введение вспомогательной переменной (замена переменной).
4. Разложение на множители.

Выполните задания:

Работа на «3»

1. $3^{x^2-x}=9$;
2. $2^{x-1}+2^{x+2}=36$;
3. $25^x+2\cdot5^x-3=0$;

Работа на «4»

1. $2^{x+2}+2^x=5$;
2. $9^x-6\cdot3^x-27=0$;
3. $2^{2-x}-2^{x-1}=1$;
4. $3^{x+2}+3^x=30$;

Работа на «5»

1. $9^x-2\cdot3^x=63$;
2. $5^x-(\frac{1}{5})^{x-1}=4$;
3. $2^{x^2-3x}=\frac{1}{4}$;
4. $5^x-5^{x-2}=600$;
5. $9^x+3\cdot3^x-4=0$;

Контрольные вопросы:

1. Дать определение показательного уравнения?
2. Перечислить способы решения показательных уравнений?
3. В каком случае показательное уравнение не имеет решения?

Практическое занятие № 21 «Решение логарифмических уравнений».

Цель работы: корректировать знания, умения по теме «Приближенные вычисления и решение прикладных задач. Решение логарифмических уравнений»; овладеть практическими навыками выполнения арифметических действий над числами; определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

2.Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.

3.Оформить отчет о работе

Краткие теоретические сведения

Определение Уравнение вида $\log_a x=в$, где $a>0$, $a\pm1$, называется логарифмическим

Основные способы решения

А) Уравнения, решаемые по определению

Пример: $\log_3 (1 - 2x) = 1$

$1 - 2x = 3^{1;}$ $2x = -2$; $X = -1$

Ответ: -1

Б) Уравнения первой степени относительно логарифма, решаемые с применением основных свойств логарифмов

Пример

$\log_5 (x - 1) + \log_5 (x + 1) = 3 \log_5 2 + \log_5 (x - 2)$

Т.к., $D(\log_a x) = R_+$,то $x - 1 > 0$, $x + 1 > 0$, $x - 2 > 0$, поэтому данное уравнение равносильно системе. ОДЗ уравнения

$x - 1 > 0$, $x > 1$; $x + 1 > 0$, $x > -1$ $x > 2$

$x - 2 > 0$, $x > 2$

$\log_5 (x - 1)(x + 1) = \log_5 8 (x - 2)$

$X^2 - 1 = 8x - 16$

$X^2 - 8x + 15 = 0$

$X_1 = 3$, удовлетворяет ОДЗ уравнения, $x_2 = 5$, удовлетворяет ОДЗ уравнения

Ответ: 3; 5

В) Уравнения второй степени относительно логарифма

Пример $\lg^2 x - 3 \lg x + 2 = 0$

Т.к $D(\log_a x) = R_+$, ОДЗ уравнения $x > 0$

Пусть $x = y$, $У^2 - 3y + 2 = 0$

$У_1 = 1$, $y_2 = 2$

Итак, $\lg x = 1$; $x = 10$; $\lg x = 2$; $x = 100$

Ответ: 10; 100

Варианты заданий

Вариант 1

№ 1 Решить уравнение: А) $\log_{0,5} (3x - 5) = -1$; Б) $\log_{0,5} (3x - 5) = \log_{0,5}(x^2 - 3)$

№ 2 Решить уравнение: $\lg^2 x + 2 \lg x - 3 = 0$

№ 3 Решить систему уравнений

$Log_3 (x – y) = 2$

$Log_2 (x + y) = 1$

Вариант 2.

№ 1 Решить уравнение: а) $\log_{1/3} (4x +5) = - 1$; б) $\log_{1/3} (4x +5) = \log_{1/3} (x^2 + 8x)$

№ 2 Решить уравнение: $Lg^2 x - 3 Lgx – 4 = 0$

№ 3 Решить систему уравнений

$Log_3 (x + 2y) = 2$

$Log_4 (x - 2y) = 1$

Практическое занятие № 22. «Решение логарифмических неравенств».
Цель: закрепить знания по теме «Логарифмические неравенства»
Оборудование: инструкционно-технологические карты.

Порядок выполнения работы:

1.Ознакомиться с теоретическим материалом.

2.Изучить условие заданий для практической работы, выполнить практическую работу.

3.Оформить отчет о работе

Теория

При решении простейших логарифмических неравенств типа loga x ϕ loga b необходимо использовать следующее правило: Если a > 1, то знак неравенства не меняется , т.е. x > b Если 0 < a < 1, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. x < b. При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Задания практической части:

Решите неравенства:

№1. $\log_{11}(3x-1) > 1$; №2. $\log_{\frac{1}{3}}(7x-1) > 0$;

№3. $2\log_{\frac{1}{9}}\dfrac{2-3x}{x} \geqslant -1$;

№4. $2\log_3(-x) - \log_{\frac{1}{3}}(4+x) \leqslant \log_3(x+1)^2 + 2\log_9(10+x)$

Практическая работа № 23 « Показательные, логарифмические, уравнения и неравенства».
Цель работы: 1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Решение показательных, логарифмических уравнений и неравенств».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.
Порядок выполнения работы:

1. Изучить памятку для решения логарифмических уравнений и неравенств.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Оформить отчет о работе.

Памятка для решений логарифмических уравнений

$x - выражение\, с\, переменной,\ a, b - числа$, причем $a > 0, a \neq 1$

1. Уравнение вида $log_a x = b$

Решить равносильное уравнение $x = a^b$;

2. Уравнение вида $log_x a = b$

а) найти ОДЗ: $x > 0, x \neq 1$;

б) решить уравнение $x^b = a$;

в) выбрать из корней уравнения $\in ОДЗ$.

3. Уравнение вида $log_a b = x$

Решить уравнение относительно переменной, входящей в выражение с переменной.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить некоторые **свойства логарифмов**:

$a^{log_a b} = b$ - основное логарифмическое тождество

$log_a 1 = 0$; $log_a a = 1$;

$log_a(xy) = log_a x + log_a y$; $log_a \frac{x}{y} = log_a x - log_a y$;

$log_a x^n = n \cdot log_a x$; $log_a \sqrt[n]{x} = \frac{log_a x}{n}$;

$log_{a^n} b = \frac{1}{n} log_a b$; $log_a b = \frac{1}{log_b a}$;

$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a}$ - формула перехода к новому основанию

Замечание: $lg\, t -$ десятичный логарифм (по основанию 10)

$ln\, t -$ натуральный логарифм (по основанию e)

При решении логарифмических уравнений применяются также методы логарифмирования и потенцирования.

Варианты практической части:

<u>Вариант 1.</u>

1.Решить уравнение: а) $log_2(x-15) = 4$; б) $lg(2x) + lg(x+3) = lg(12x-4)$; в) $lg^2 x + 2lg\, x = 8$.

2. Решить неравенство: а) $\log_5(4x+1) > -1$

3. Решить неравенство: $4^{5-2x} < 0{,}25$.

<u>Вариант 2</u>

1. Решите уравнения: а) $log_4(5x+6)=0$; б) $log_2(4-x)+log_2(1-2x)=2log_2 3$;
в) $log_5^2 x - log_5 x^2 = 3$.

2.Решите неравенство: $log_{0,2}(15-2x) \geq -2$.

3. Решите неравенство: $0,4^{2x+1} \geq 0,16$.

<u>Контрольные вопросы</u>

1. Какое уравнение называется логарифмическим?
2. Что такое неравенство? Что является решением неравенства?
3. Какое неравенство называется логарифмическим?
4. Что называется решением неравенства с одной переменной

Практическое занятие № 24 « Классическое определение вероятности, Свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей».

Цель: формировать умения решать задачи, используя классическую формулу вероятности; закрепить умения решением задач, используя определения и формулы разных видов комбинаций без повторений и с повторениями; научить решать задачи, используя правила комбинаторики.

Оборудование: тетради для практических работ, письменные принадлежности.

Порядок выполнения работы:

1.Изучить теорию.
2.Рассмотреть примеры.
3. Выполнить задания практической части.
4. Оформить отчет.

Теория

Классическое определение вероятности

Вероятностью P(A) события ***A*** называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу. ***Вероятность P(A)*** события ***A*** определяется по формуле $P(A) = \frac{m}{n}$

где ***m*** – число элементарных исходов, благоприятствующих ***A***; ***n*** – число всех возможных элементарных исходов испытания.

В примере 4 всего элементарных исходов ***6***; из них ***5*** благоприятствуют событию ***A***. Следовательно, вероятность того что взятый шар окажется цветным, равна ***P(A) = 5/6***.

Свойство 1. Вероятность ***достоверного*** события ***A*** равна единице: ***P(A) = 1***.

Свойство 2. Вероятность ***невозможного*** события ***A*** равна нулю: ***P(A) = 0***.

Свойство 3. Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между ***нулем*** и ***единицей***: $0 < P(A) < 1$

<u>*Пример 7*</u>. Так как вероятность выпадения ***13*** очков при бросании пары костей – невозможное событие, его вероятность равна ***нулю***.

Классическое определение вероятности предполагает, что число элементарных исходов испытания конечно. На практике же часто встречаются испытания, число возможных исходов которых бесконечно. Кроме этого, часто невозможно представить результат

испытания в виде совокупности элементарных событий. Еще труднее указать основания, позволяющие считать элементарные события равновозможными. По этой причине, наряду с классическим определением вероятности используют и другие определения, в частности ***статистическое определение***.

Статистическое определение вероятности

Относительная частота наряду с вероятностью принадлежит к основным понятиям теории вероятностей.
Относительной частотой события ***A*** называют отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний:

$$W(A) = \frac{m}{n},$$

где ***m*** – число появлений события ***A***, ***n*** – общее число испытаний.

Классическая вероятность вычисляется до опыта, а относительная частота – после опыта.

Длительные наблюдения показали, что если в одинаковых условиях производят опыты, в каждом из которых число испытаний велико, то ***относительная частота обнаруживает свойство устойчивости***. Это свойство состоит в том, что в различных опытах относительная частота изменяется мало (тем меньше, чем больше произведено испытаний), колеблясь около некоторого постоянного числа. Это постоянное число и есть вероятность появления события.
Таким образом, при достаточно большом количестве испытаний в качестве ***статистической вероятности события*** принимают ***относительную частоту*** или число, близкое к ней.

Содержание практической работы

Вариант 1.

1. ***Решите задачу:***

Задача 1. В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 чёрных шаров. Наугад извлекается 1 шар, найти вероятность того, что он будет: а) белым, б) красным, в) чёрным.

Задача 2. В коробке лежат 8 зеленых, 7 синих и 15 красных карандашей. Вычислить вероятность того, что взятый наугад карандаш будет, синим или зеленым.

Задача 3. В одной коробке находится 4 белых и 8 черных шаров, а в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой коробки вынули по шару. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Задача 4. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания номера слева направо, но не обязательно рядом.

Задача 5. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему три вопроса?

Задача 6. На карточках написаны целые числа от 1 до 15 включительно. Наудачу извлекаются две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел, написанных на карточках, равна десяти?

Задача 7. В урне лежат шары, двузначные номера которых составлены из цифр 1,2,3,4,5. Какова вероятность вынуть шар с номером 15?

Отчет о выполнении практической работы

1. Тема работы
2. Цель работы.
3. В ходе выполнения работы я научился…

Контрольные вопросы:

1. Что изучает теория вероятностей.
2. Дать определения испытания и события.
3. Какие бывают события?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и др. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс – М., Просвещение,2019
2. Бутузов В.Ф., Прасолов В.В. /под редакцией Садовничего В.А. Геометрия 10-11 класс – Просвещение, 2019