Краевое государственное автономное образовательное

учреждение среднего профессионального образования

«Нытвенский промышленно-экономический техникум»

***Справочный материал***

***для подготовки к выпускному экзамену по математике.***



Нытва

2015

Одобрено

Предметно (цикловой ) комиссией

Протокол № \_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Председатель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С. П. Кашина

В пособии приведен перечень основных формул и терминов, знание которых необходимо для успешного изучения вопросов программы и сдачи экзамена по дисциплине «Математика». В пособии рассмотрены теоретические материалы разделов «Алгебра и начала анализа», «Геометрия», «Комбинаторика, статистика и теория вероятности». Предназначено для обучающихся всех курсов и всех форм обучения.

Составитель: Кашина Светлана Павловна преподаватель первой квалификационной категории, КГАОУ СПО «Нытвенский промышленно – экономический техникум»

**Раздел «Алгебра и начала математического анализа»**

[**Степень с натуральным показателем.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-1-stepeny-s-naturalynm-pokazatelem.html)

* Произведение **n** сомножителей, каждый из которых равен **а** называется **n**-й степенью числа **а** и обозначается **аn**.
* Действие, посредством которого находится произведение нескольких равных сомножителей, называется возведением в степень. Число, которое возводится в степень, называется основанием степени. Число, которое показывает, в какую степень возводится основание, называется показателем степени. Так, **аn** – степень, **а** – основание степени, **n**– показатель степени.
* **а0=1**

Любое число (кроме нуля) в нулевой степени равно единице.

* **а1=а**

Любое число в первой степени равно самому себе.

* **am∙an=am+n**

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают.

* **am:an=am— n**

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

* **(am)n=amn**

При возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают

* **(a∙b)n=an∙bn**

При возведении произведения в степень возводят в эту степень каждый из множителей.

* **(a/b)n=an/bn**

При возведении в степень дроби возводят в эту степень и числитель и знаменатель дроби.

[**Степень с целым показателем.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-1-1-stepeny-s-tselm-pokazatelem.html)

* **(- n)**-й степенью (n – натуральное) числа **а**, не равного нулю, считается число, обратное**n**-й степени числа **а**, т.е**. a— n=1/an**. (10-2=1/102=1/100=0,01).
* **(a/b)— n=(b/a)n**
* Свойства степени с натуральным показателем справедливы и для  степеней с любым показателем.

[**Стандартный вид числа.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-1-2-standartny-vid-tchisla.html)

Очень большие и очень малые числа принято записывать в стандартном виде: **a∙10n**, где **1≤а<10** и **n**  (натуральное или целое) – есть порядок числа, записанного в стандартном виде.

[**Одночлен.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-2-1-odnotchlen.html)

* Выражения, которые составлены из чисел, переменных и их степеней, при помощи действия умножения называются одночленами.
* Такой вид одночлена, когда на первом месте стоит числовой множитель (коэффициент), а за ним переменные с их степенями, называют стандартным видом одночлена. Сумму показателей степеней всех переменных, входящих в состав одночлена, называют степенью одночлена.
* Одночлены, имеющие одинаковую буквенную часть, называются подобными одночленами.

[**Многочлен.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-2-2-mnogotchlen.html)

* Сумма одночленов называется многочленом. Одночлены, из которых составлен многочлен, называются членами многочлена.
* Двучлен – это многочлен, состоящий из двух членов (одночленов).
* Трехчлен – это многочлен, состоящий из трех членов (одночленов).
* Степенью многочлена называют наибольшую из степеней входящих в него одночленов.
* Многочлен стандартного вида не содержит подобных членов и записан в порядке убывания степеней его членов.

[**Действия с одночленами и многочленами.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-2-3-deystviya-s-odnotchlenami-i-mnogotchlenami.html)

* Чтобы умножить одночлен на многочлен, надо умножить на этот одночлен каждый член многочлена и полученные произведения сложить.
* Представление многочлена в виде произведения двух или нескольких многочленов называется разложением многочлена на множители.
* Вынесение общего множителя за скобки – простейший способ разложения многочлена на множители.
* Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и записать полученные произведения в виде суммы одночленов. При необходимости привести подобные слагаемые.

[**Формулы сокращенного умножения (ФСУ).**](http://www.mathematics-repetition.com/.mathematics-repetition.com/7-klass/7-3-1-primer-dlya-zakrepleniya-formul-sokrashtennogo-umnozheniya.html)

* **(a+b)2=a2+2ab+b2**

*Квадрат суммы двух выражений* равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

* **(a-b)2=a2-2ab+b2**

*Квадрат разности двух выражений* равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

* **a2-b2=(a-b)(a+b)**

*Разность квадратов двух выражений* равна произведению разности самих выражений на их сумму.

* **(a+b)3=a3+3a2b+3ab2+b3**

*Куб суммы двух выражений* равен кубу первого выражения плюс утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго плюс куб второго выражения.

* **(a-b)3= a3-3a2b+3ab2-b3**

*Куб разности двух выражений* равен кубу первого выражения минус утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго минус куб второго выражения.

* **a3+b3=(a+b)(a2-ab+b2)**

*Сумма кубов двух выражений* равна произведению суммы самих выражений на неполный квадрат их разности.

* **a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2)**

*Разность кубов двух выражений* равна произведению разности самих выражений на неполный квадрат их суммы.

* **(a+b+c)2=a2+b2+c2+2ab+2ac+2bc**

*Квадрат суммы трех выражений* равен сумме квадратов  этих выражений плюс всевозможные удвоенные попарные произведения самих выражений.

[**Квадратная функция.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-2-5-kvadratnaya-funktsiya.html)

Функцию вида **y=x2** называют квадратичной функцией. Графиком квадратичной функции является парабола с вершиной в начале координат. Ветви параболы**y=x²** направлены вверх.

[**Кубическая функция.**](http://www.mathematics-repetition.com/7-klass-algebra/7-2-6-kubitcheskaya-funktsiya.html)

Функцию вида**y=x3** называют кубической функцией. Графиком кубической функции является кубическая парабола, проходящая через начало координат. Ветви кубической параболы**y=x³** находятся в I и III четвертях.

* **Четная функция.**

Функция **f** называется четной, если вместе с каждым значением переменной **х** из области определения функции значение (**-х**) также входит в область определения этой функции и при этом выполняется равенство: **f(- x)=f(x).** График четной функции симметричен относительно оси ординат (Оy). Функция y=x2 – четная.

* **Нечетная функция.**

Функция **f** называется нечетной, если вместе с каждым значением переменной **х** из области определения функции значение (**-х**) также входит в область определения этой функции и при этом выполняется равенство:**f(- x)=- f(x)**. График нечетной функции симметричен относительно начала координат. Функция y=x3 – нечетная.

***Квадратное уравнение.***

***Определение.*** Уравнение вида **ax2+bx+c=0**, где**a, b** и**c** – любые действительные числа, причем**а≠0, х** – переменная, называется квадратным уравнением.

**a** – первый коэффициент,**b** – второй коэффициент, **c** – свободный член.

**Решение неполных квадратных уравнений.**

* **ax2=0** – ***неполное*** квадратное уравнение ***(b=0, c=0***). Решение: х=0. **Ответ: 0.**
* **ax2+bx=0** –***неполное*** квадратное уравнение ***(с=0***). Решение: x (ax+b)=0 → x1=0 или ax+b=0 → x2= -b/a. **Ответ: 0; -b/a.**
* **ax2+c=0** –***неполное*** квадратное уравнение ***(b=0***); Решение: ax2=-c → x2=-c/a.

Если **(-c/a)<0**, то действительных корней нет. Если **(-с/а)>0**, то имеем два действительных корня:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/alg-kv-ur11.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/alg-kv-ur11.jpg)

[**Решение полных квадратных уравнений.**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-2-reshenie-polnh-kvadratnh-uravneniy.html)

* **ax2+bx+c=0** – квадратное уравнение общего вида

Дискриминант **D=b2— 4ac.**

Если **D>0**, то имеем два действительных корня:

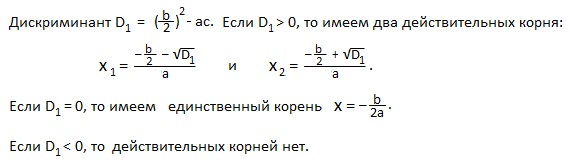
[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/alg-kv-ur21.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/alg-kv-ur21.jpg)

Если **D=0**, то имеем единственный корень (или два равных корня) **х=-b/(2a)**.

**Если D<0, то действительных корней нет.**

* **ax2+bx+c=0 –** квадратное уравнение частного вида при четном втором

 коэффициенте **b**

**[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/alg-kv-ur3.jpg)**

* **ax2+bx+c=0 –**квадратное уравнение частного вида при условии**: a-b+c=0.**

Первый корень всегда равен минус единице, а второй корень равен минус **с**, деленному на **а**: **x1=-1, x2=-c/a.**

* **ax2+bx+c=0 –**квадратное уравнение частного вида при условии**: a+b+c=0.**

Первый корень всегда равен единице, а второй корень равен **с**, деленному на **а**:

**x1=1, x2=c/a**.

**Решение приведенных квадратных уравнений.**

* **x2+px+q=0** – ***приведенное квадратное уравнение*** (первый коэффициент равен единице).

[Приведенные квадратные уравнения можно решать по тем же формулам, что и полные квадратные уравнения](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-2-reshenie-polnh-kvadratnh-uravneniy.html), однако, чаще для решения приведенных квадратных уравнений применяют [**теорему Виета**.](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-3-teorema-vieta.html)

[**Теорема Виета.**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-3-teorema-vieta.html)

Сумма корней приведенного квадратного уравнения **x2+px+q=0** равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену: **x1+x2=-p;  x1∙x2=q.**

[**Теорема Виета**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-3-teorema-vieta.html) для полного квадратного уравнения **ax2+bx+c=0.**

Сумма корней равна минус **b**, деленному на **а**, произведение корней равно **с**, деленному на **а:** **x1+x2=-b/a;  x1∙x2=c/a.**

[**Разложение квадратного трехчлена на множители.**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-algebra/8-2-5-razlozhenie-kvadratnogo-trehtchlena-na-lineyne-mnozhiteli.html)

**ax2+bx+c=a·(x-x1)(x-x2)**,  где  **x1,x2** - корни квадратного уравнения **ax2+bx+c=0.**

[**Числовая последовательность.**](http://www.mathematics-repetition.com/9-klass-algebra/9-3-1-tchislovaya-posledovatelynosty.html)

Функция натурального аргумента называется числовой последовательностью, а числа, образующие последовательность — членами последовательности.

Числовую последовательность можно задать следующими способами: словесным, аналитическим, рекуррентным, графическим.

[**Арифметическая прогрессия.**](http://www.mathematics-repetition.com/9-klass-algebra/9-3-2-arifmetitcheskaya-progressiya-teoriya.html)

[**Определение арифметической прогрессии.**](http://www.mathematics-repetition.com/9-klass-algebra/9-3-3-opredelenie-arifmetitcheskoy-progressii.html)

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же для данной последовательности числом **d**, называют арифметической прогрессией. Число **d**называют разностью арифметической прогрессии. В арифметической прогрессии **{an}**, т. е. в арифметической прогрессии с членами:  a1, a2, a3, a4, a5, …, an-1, an, …   по определению:  a2=a1+**d**; a3=a2+**d**; a4=a3+**d**; a5=a4+**d**; …; an=an-1+**d**; …

**Формула n-го члена арифметической прогрессии.**

**an=a1+(n-1) d.**

**Свойства арифметической прогрессии.**

* **an=(an-1+an+1):2;**

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому соседних с ним членов:

* **an=(an-k+an+k):2.**

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому равноотстоящих от него членов:

**Формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии.**

**1)   Sn= (a1+an)∙n/2;  2) Sn=(2a1+(n-1) d)∙n/2**

***Геометрическая прогрессия.***

**Определение геометрической прогрессии.**

Числовую последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на  одно и то же для данной последовательности число **q**, называют геометрической прогрессией . Число **q**называют знаменателем геометрической прогрессии. В геометрической прогрессии {bn}, т. е. в геометрической прогрессии b1, b2, b3, b4, b5, … , bn, … по определению:  b2=b1∙q; b3=b2∙q; b4=b3∙q; … ; bn=bn-1∙q.

**Формула n-го члена геометрической прогрессии.**

bn=b1∙qn-1.

**Свойства геометрической прогрессии.**

**[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/progressii-1.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/progressii-1.jpg)**

**Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии**.

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/geom-progressiya.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/geom-progressiya.jpg)

**Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.**

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/progressii.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/progressii.jpg)

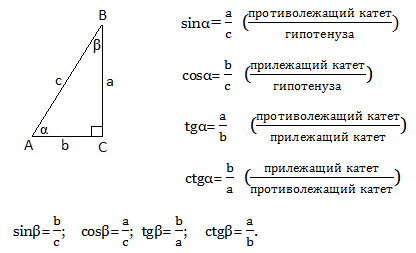
[**Перевод бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную дробь.**](http://www.mathematics-repetition.com/6-klass-mathematics/6-3-6-primer-obrashteniya-beskonetchnoy-perioditcheskoy-desyatitchnoy-drobi-v-obknovennuyu-droby.html)

Бесконечная периодическая десятичная дробь равна обыкновенной дроби, в числителе которой разность между всем числом после запятой  и числом после запятой до периода дроби, а знаменатель состоит из «девяток» и «нулей», причем, «девяток» столько, сколько цифр в периоде, а «нулей» столько, сколько цифр после запятой до периода дроби. Пример:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/primer.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/primer.jpg)

**Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника.**

(α+β=90°)

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya.jpg)

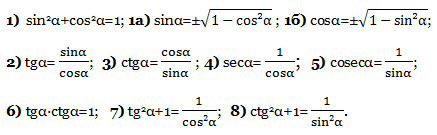
Имеем: sinβ=cosα; cosβ=sinα; tgβ=ctgα; ctgβ=tgα. Так как β=90°-α, то

sin (90°-α)=cosα;  cos (90°-α)=sinα;

tg (90°-α)=ctgα;  ctg (90°-α)=tgα.

Кофункции углов, дополняющих друг друга до 90°, равны между собой.

[**Основные тригонометрические тождества.**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-geometriya/8-2-4-osnovne-trigonometritcheskie-tozhdestva-tchasty-1.html)

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-1.jpg)

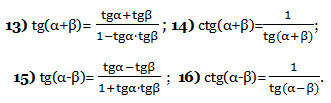
**Формулы сложения.**

**9)** sin (α+β)=sinα∙cosβ+cosα∙sinβ;

**10)** sin (α-β)=sinα∙cosβ-cosα∙sinβ;

**11)** cos (α+β)=cosα∙cosβ-sinα∙sinβ;

**12)** cos (α-β)=cosα∙cosβ+sinα∙sinβ;

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-2.jpg)

**Формулы двойного и тройного аргументов.**

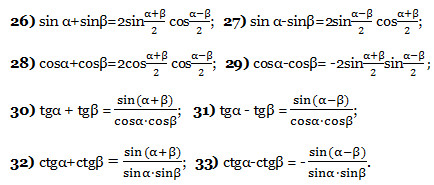
**17)** sin2α=2sinαcosα;  **18)** cos2α=cos2α-sin2α;

**19)** 1+cos2α=2cos2α; **20)** 1-cos2α=2sin2α

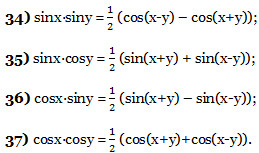
**21)** sin3α=3sinα-4sin3α;  **22)** cos3α=4cos3α-3cosα;

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-3.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-3.jpg)

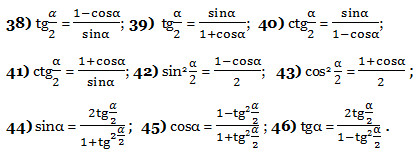
**Формулы преобразования суммы (разности) в произведение.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-8.jpg)

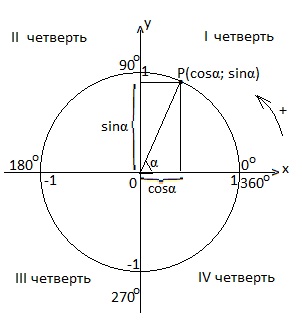
**Формулы преобразования произведения в сумму (разность).**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-9.jpg)

**Формулы половинного аргумента.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-10.jpg)

**Синус и косинус любого угла.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/f7-11-2.jpg)

**Четность (нечетность) тригонометрических функций.**

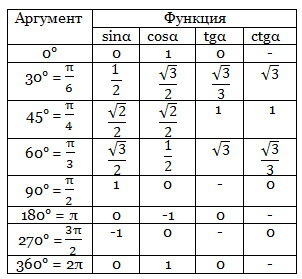
 Из тригонометрических функций четная только одна: y=cosx, остальные три – нечетные, т. е.  cos (-α)=cosα;

sin (-α)=-sinα;   tg (-α)=-tgα;   ctg (-α)=-ctgα.

**Знаки тригонометрических функций по координатным четвертям.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-4.jpg)

**Значения тригонометрических функций некоторых углов.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-5.jpg)

**Радианы.**

**1)** 1 радиан – величина центрального угла, опирающегося на дугу, длина которой равна радиусу данной окружности. 1 рад.≈57°.

**2)** Перевод градусной меры угла в радианную.

**[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-6.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-6.jpg)**

**3)** Перевод радианной меры угла в градусную.

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-7.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-7.jpg)

**Формулы приведения.**

Мнемоническое правило:

1. Перед приведенной функцией ставят знак приводимой.

2. Если в записи аргумента  π/2  (90°)  взято нечетное число раз, то функцию меняют на кофункцию.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/trigonometriya-11.jpg)

**Обратные тригонометрические функции.**

Арксинусом числа а (arcsin a) называется угол из промежутка [-π/2; π/2 ], синус которого равен а. **arcsin(- a)=- arcsin a.**

Арккосинусом числа а (arccos a) называется угол из промежутка [0; π], косинус которого равен а. **arccos (-a)=π – arccosa.**

Арктангенсом числа а (arctg a) называется угол из промежутка (-π/2; π/2 ), тангенс которого равен а. **arctg(- a)=- arctg a.**

Арккотангенсом числа а (arcctg a) называется угол из промежутка (0; π), котангенс которого равен а. **arcctg (-a)=π – arcctg a.**

**Решение простейших тригонометрических уравнений.**

Общие формулы.

**1)** sin t=a,  0<a<1, тогда t=(-1)ⁿ ·arcsin a + πn, nϵZ;

**2)** sin t = — a, 0<a<1, тогда t=(-1)n+1·arcsin a +πn, nϵZ;

**3)** cos t=a, 0<a<1, тогда t=±arccos a +2πn, nϵZ;

**4)** cos t =-a, 0<a<1, тогда t=±(π-arccos a)+2πn, nϵZ;

**5)** tg t =a, a>0, тогда t=arctg a + πn, nϵZ;

**6)** tg t =-a, a>0, тогда t= — arctg a + πn, nϵZ;

**7)** ctg t=a, a>0, тогда t=arcctg a + πn, nϵZ;

**8 )** ctg t= -a, a>0, тогда t=π – arcctg a + πn, nϵZ.

Частные формулы.

**1)** sin t =0, тогда t=πn, nϵZ;

**2)** sin t=1, тогда t= π/2 +2πn, nϵZ;

**3)** sin t= -1, тогда t= — π/2 +2πn, nϵZ;

**4)** cos t=0, тогда t= π/2+ πn, nϵZ;

**5)** cos t=1, тогда t=2πn, nϵZ;

**6)** cos t=1, тогда t=π +2πn, nϵZ;

**7)** tg t =0, тогда t = πn, nϵZ;

**8 )** ctg t=0, тогда t = π/2+πn, nϵZ.

**Решение простейших тригонометрических неравенств.**

**1)** sint<a (|a|<1), -π-arcsina+2πn<t<arcsina+2πn, nєZ.

**2)**sint>a (|a|<1), arcsina+2πn<t<π-arcsina+2πn, nєZ.

**3)** cost<a (|a|<1), arccosa+2πn<t<2π-arccosa+2πn, nєZ.

**4)** cost>a (|a|<1), -arccosa+2πn<t<arccosa+2πn, nєZ.

**5)**tgt<a,   -π/2+πn<t<arctga+πn, nєZ.

**6)** tgt>a,      arctga+πn<t<π/2+πn, nєZ.

**7)** ctgt<a,    arcctga+πn<t<π+πn, nєZ.

**8 )** ctgt>a,   πn<t<arcctga+πn, nєZ.

**Прямая на плоскости.**

* Общее уравнение прямой: **Ax+By+C=0.**
* Уравнение прямой с  угловым коэффициентом: **y=kx+b**  (k – угловой коэффициент).
* Острый угол между прямыми **y=k1x+b1** и **y=k2x+b2**определяется по формуле:

**[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/ygol.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/ygol.jpg)**

* **k1=k2** — условие параллельности  прямых **y=k1x+b1** и**y=k2x+b2.**
* Условие перпендикулярности этих же прямых:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/ugol.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/ugol.jpg)

* Уравнение прямой, имеющей угловой коэффициент k, и проходящей

через точку **М(х1; у1),** имеет вид: **у-у1=k (х-х1).**

* Уравнение прямой, проходящей через две данные точки (х1;у1) и (х2; у2) имеет вид:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/pramaya.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/pramaya.jpg)

* Длина отрезка М1М2 с концами в точках М1(х1;у1) и М2(х2; у2):

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/dlina.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/dlina.jpg)

* Координаты точки М(хо; уо) – середины отрезка М1М2

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/seredina.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/seredina.jpg)

* Координаты точки С(х; у), делящей  в заданном отношении λ отрезок М1М2  между точками М1(х1;у1) и М2(х2; у2):

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/seredina2.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/seredina2.jpg)

* Расстояние от точки М(хо; уо) до прямой ax+by+c=0:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/do-pramoy.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/do-pramoy.jpg)

**Уравнение окружности.**

* Окружность с центром в начале координат: **x2+y2=r2, r** – радиус окружности.
* Окружность с центром в точке (a; b) и радиусом r:  **(x-a)2+(y-b)2=r2.**

**Пределы.**

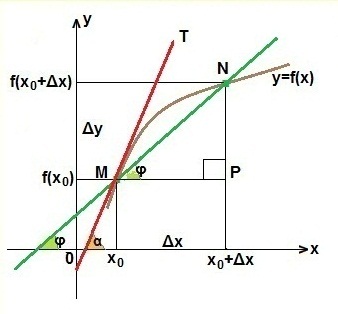
* Постоянная величина **а** называется пределом переменной величины **х**, если эта переменная **х** при своем изменении неограниченно приближается к **а**.
* Предел постоянной величины равен самой постоянной величине.
* Постоянный множитель можно вынести за знак предела.
* **lim (u±v)=lim u±lim v;**
* **lim (uv)=lim u∙lim v;**
* **[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/predel.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/predel.jpg)**

**Преобразование (конструирование) графиков функций.**

* График функции**y=- f(x)**получается из графика функции y=f (x) зеркальным отражением от оси абсцисс.
* График функции **y=|f(x)|** получается зеркальным отражением от оси абсцисс той части графика функции y=f (x), которая лежит ниже оси абсцисс.
* График функции **y=f(|x|)** получается из графика функции y=f (x) следующим образом: оставляют часть графика справа от оси ординат и отображают эту же часть симметрично ей самой относительно оси ординат.
* График функции**y=A∙f(x)** получается из графика функции y=f (x) растяжением в А раз вдоль оси ординат. (Ордината каждой точки графика функции y=f (x) умножается на число А).
* График функции **y=f(k∙x)** получается из графика функции y=f (x) сжатием в k раз при k>1 или растяжением в k раз при 0<k<1 вдоль оси абсцисс.
* График функции **y=f(x- m)** получается из графика функции y=f (x) параллельным переносом на m единичных отрезков вдоль оси абсцисс.
* График функции **y=f(x)+n** получается из графика функции y=f (x) параллельным переносом на n единичных отрезков вдоль оси ординат.

**Периодическая функция.**

* Функцию **f** называют периодической функцией с периодом **Т≠0,** если для любого х из области определения значения этой функции в точках **x, T- x и T+x** равны, т. е. выполняется равенство**: f(x)=f(T- x)=f(T+x)**
* Если функция **f** периодическая и имеет период**Т,** то функция **y=A·f(k∙x+b**), где**A, k** и **b** постоянны, а **k≠0**, также периодична, причем, ее период равен **T/|k|.**

******

[**Определение производной.**](http://www.mathematics-repetition.com/10-klass-algebra/10-3-proizvodnaya-i-ee-geometritcheskiy-smsl.html)

Предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при стремлении последнего к нулю, называют производной функции в данной точке:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/210.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/210.jpg)

[**Геометрический смысл производной**](http://www.mathematics-repetition.com/10-klass-algebra/10-3-proizvodnaya-i-ee-geometritcheskiy-smsl.html) заключается в том, что численно производная функции в данной точке равна тангенсу угла, образованного касательной, проведенной через эту точку к данной кривой, и положительным направлением оси **Ох**:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/211.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/12/211.jpg)

[**Таблица производных. Примеры вычисления производных.**](http://www.mathematics-repetition.com/10-klass-algebra/10-3-0-vtchislenie-proizvodnh.html)

[**Уравнение касательной**](http://www.mathematics-repetition.com/10-klass-algebra/10-3-1-uravnenie-kasatelynoy.html)к графику функции **y=f (x)** в точке с абсциссой **x0** имеет вид: **y=f (х0)+f '(х0)(х - х0).**

**Физический смысл производной.**

Если функция y=x (t)описывает путь, по которому прямолинейно движется некоторая точка, то скорость движения этой точки **v (t)=x'(t),** а ее ускорение a **(t)=v'(t).**

**Основные правила дифференцирования.**

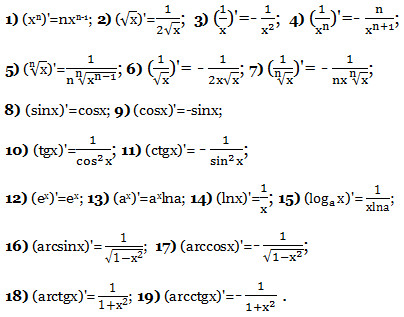
Пусть С – постоянная, u=u (x), v=v (x) – функции, имеющие производные.

**1) (u±v)'=u'±v'; 2) (uv)'=u'v+uv'; 3) (Cu)'=C∙u';**

**4) [http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/pravila-dif.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/pravila-dif.jpg)**

**Формулы дифференцирования.**

C'=0;  x'=1;

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/proizvodnie1.jpg)

**Критическими точками функции** называют внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю или не существует.

**Возрастание, убывание и экстремумы функции.**

* Функция возрастает на некотором промежутке, если производная данной функции положительна на всем этом промежутке.
* Функция убывает на некотором промежутке, если производная данной функции отрицательна на всем этом промежутке.
* Если в точке х0 производная меняет знак с плюса на минус, то точка х0 является точкой максимума функции.
* Если в точке х0 производная меняет знак с минуса на плюс, то точка х0 является точкой минимума функции.

**Наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке.**

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения функции y=f (x) на отрезке [a; b], нужно найти значения этой функции на концах отрезка и в тех критических точках, которые принадлежат данному отрезку, а затем из всех полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

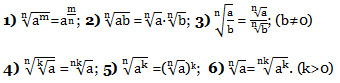
**Схема исследования функции.**

1) область определения D (f); 2)производная функции; 3) критические точки функции; 4) промежутки знакопостоянства производной; 5) промежутки возрастания и убывания; 6) точки экстремума ; 7) значения функции в точках экстремума; 8) координаты точек пресечения графика с осями координат; 9)поведение функции в окрестности каждой «особой» точки и при больших по модулю значениях х; 10) построение графика функции.

**Корень n-й степени.**

Неотрицательное значение корня n-й степени из неотрицательного числа называется арифметическим корнем. [http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/n-stepen.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/n-stepen.jpg)

**Свойства корня n-й степени.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/n-stepen1.jpg)

[**Показательная функция.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-3-1-pokazatelynaya-funktsiya-ee-svoystva-i-grafik.html)

* **Функцию вида y=ax**, где а>0, a≠1, х – любое число, называют **показательной функцией**.
* **Область определения** показательной функции: D (y)=**R** - **множество всех действительных чисел**.
* **Область значений** показательной функции: E (y)=**R+**-**множество всех положительных чисел**.
* Показательная функция  **y=ax возрастает при a>1**.
* Показательная функция **y=ax убывает при 0<a<1**.

***Справедливы все свойства степенной функции***:

* **а0=1** Любое число (кроме нуля) в нулевой степени равно единице.
* **а1=а** Любое число в первой степени равно самому себе.
* **ax∙ay=ax+y**   При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают.
* **ax:ay=ax- y**  При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.
* **(ax)y=axy** При возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают
* **(a∙b)x=ax∙by**   При возведении произведения в степень возводят в эту степень каждый из множителей.
* **(a/b)x=ax/by**При возведении дроби в степень возводят в эту степень и числитель и знаменатель дроби.
* **а-х=1/ax**
* **(a/b)-x=(b/a)x.**

[**Логарифм числа b по основанию a.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass/11-4-1-opredelenie-logarifma.html)

Логарифмом числа **b** по основанию **а** (**logab**)  называют показатель степени, в которую нужно  возвести число **а**, чтобы получить число **b**.

**logab=n**, если **an=b.**

**Примеры:**1) log28=**3**, т. к. 23=8;

2) log5(1/25)=**-2**, т. к. 5-2=1/52=1/25;                         3) log71=**0**, т. к. 70=1.

**Под знаком логарифма** могут быть только **положительные числа**, причем, основание логарифма — число **а≠1**. Значением логарифма может быть любое число.

[**Основное логарифмическое тождество.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass/11-4-2-primer-na-osnovnoe-logarifmitcheskoe-tozhdestvo.html)

Это тождество следует из определения логарифма: так как логарифм – это показатель степени (**n**), то, возводя в эту степень число **а**, получим число **b**.

[**Десятичный логарифм.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass/11-4-3-desyatitchny-logarifm.html)

Логарифм по основанию **10** называют десятичным логарифмом и при написании опускают основание 10 и букву «о» в написании слова «log».

**lg7**=log107,**lg7** – десятичный логарифм числа 7.

[**Натуральный логарифм.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-4-naturalyny-logarifm.html)

Логарифм по основанию **е** (Неперово число е≈2,7) называют натуральным логарифмом.

**ln7**=loge7,**ln7** – натуральный логарифм числа 7.

**Свойства логарифмов** справедливы для логарифмов по любому основанию.

[**Логарифм единицы.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-5-logarifm-edinits.html)

**loga1=0**

Логарифм единицы равен нулю (a>0, a≠1).

[**Логарифм основания.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-6-logarifm-osnovaniya.html)

**logaa=1**

Логарифм числа **а** по основанию **а** равен единице (a>0, a≠1).

[**Логарифм произведения.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-7-logarifm-proizvedeniya.html)

**loga(x∙y)=logax+logay**

Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

[**Логарифм частного.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-8-logarifm-tchastnogo.html)

**loga(x/y)=logax— logay**

Логарифм частного равен разности логарифмов делимого и делителя.

[**Основание логарифма и число под знаком логарифма**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-logarifm-1-ya-formula-perehoda-k-novomu-osnovaniyu.html) можно поменять местами по формуле:

**logab=1/logba**

Логарифм числа **b** по основанию**а** равен единице, деленной на логарифм числа**а** по основанию **b**.

[**Общая формула перехода к логарифму по другому основанию.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-10-logarifm-obshtaya-formula-perehoda-k-novomu-osnovaniyu.html)

**logab=logcb/logca**

Логарифм числа **b** по основанию **а** равен  логарифму числа**b** по новому основанию **с**, деленному на логарифм старого основания **а** по новому основанию **с**.

[**Логарифм степени.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-2-logarifm-stepeni.html)

**logabk=k∙logab**

 Логарифм степени (**bk**) равен произведению показателя степени (**k**) на логарифм основания (**b**) этой степени.

[**Логарифм по основанию an**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-3-logarifm-po-osnovaniyu-v-stepeni-n.html)**.**

**loganb=(1/n)∙logab**

 Логарифм числа**b** по основанию **an** равен произведению дроби **1/n** на логарифм числа **b** по основанию **a**.

[**Логарифм числа bk по основанию an.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-4-logarifm-stepeni-k-po-osnovaniyu-vzyatomu-v-stepeni-n.html)

**loganbk=(k/n)∙logab**

Формула является комбинацией двух предыдущих формул.

[**Логарифм числа br по основанию ar.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-5-logarifm-ot-tchisla-b-v-stepeni-r-po-osnovaniyu-a-v-stepeni-r.html)

**logarbr=logab**или**logab=logarbr**

Значение логарифма не изменится, если основание логарифма и число под знаком логарифма возвести в одну и ту же степень.

[**Формула представления числа в виде логарифма.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-4-9-6-formula-predstavleniya-lyubogo-tchisla-v-vide-logarifma.html)

**p=logaap**

[**Первообразная и интеграл.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-1-pervoobraznaya-neopredelenny-integral.html)

* Функция **F (x**) называется первообразной для функции  **f (x)** на заданном промежутке, если для всех х из этого промежутка **F'(x)=f (x).**
* Любая первообразная для функции **f (x)** на заданном промежутке может быть записана в виде **F (x)+C**, где **F (x)–** одна из первообразных для функции **f (x),** а  **С** – произвольная постоянная.
* Совокупность всех первообразных **F (x)+C** функции **f (x)** на рассматриваемом промежутке называется неопределенным интегралом и обозначается **∫f (x) dx**, где **f (x)** – подынтегральная функция, **f (x) dx**— подынтегральное выражение, **х** – переменная интегрирования.

[**Основные свойства неопределенного интеграла.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-1-2-neopredelenny-integral-primer.html)

**1)** (∫f (x) dx)'=f (x);   **2)** d∫f (x) dx=f (x) dx;

**3)** ∫kf (x) dx=k·∫f (x) dx;

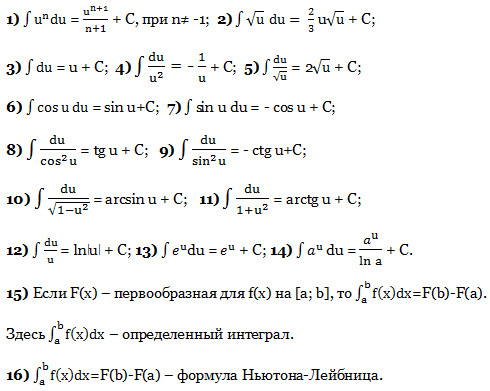
**4)** ∫dF (x) dx=F (x)+C или ∫F'(x) dx=F (x)+C;

**5)** ∫(f (x)±g (x)) dx=∫f (x) dx±∫g (x) dx;

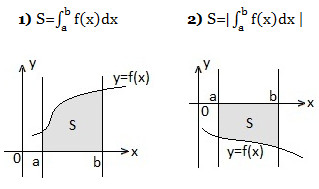
**6)** ∫f (kx+b) dx=(1/k)·F (kx+b)+C.

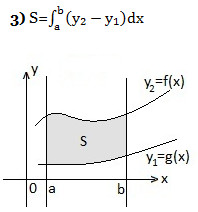


**Таблица интегралов.**

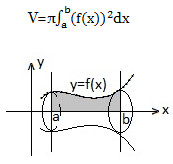
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/tablica-integralov.jpg)

[**Площадь криволинейной трапеции.**](http://www.mathematics-repetition.com/11-klass-algebra/11-1-9-2-ploshtady-krivolineynoy-trapetsii-primer.html)

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/krivolin-trapecia.jpg)

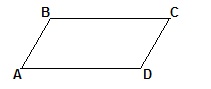
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/krivolin-trapecia2.jpg)

**Объем тела вращения.**

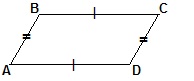
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/v-tela-vrashenia.jpg)**[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/MAG001-2min1.jpg)**

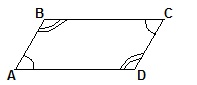
**Раздел «Геометрия»**

**Определение параллелограмма.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/1491.jpg)Параллелограмм — это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны: **AB||CD, AD||DC**.

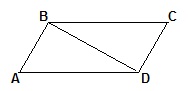
**Свойства параллелограмма.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/150.jpg)Противоположные стороны параллелограмма равны: **AB=CD, AD=DC.**

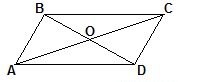
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/151.jpg)Противоположные углы параллелограмма равны:

∠**A=**∠**C,**∠**B=**∠**D.**

Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной его стороне составляет **180°.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/1521.jpg)

Любая диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/153.jpg)

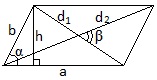
Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. **AO=OC, BO=OD.**Пусть АС=d1и BD=d2 , ∠COD=α. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон:

**(d1)2+(d2)2=2 (a2+b2).**

**Признаки параллелограмма.**

* Если две противоположные стороны четырехугольника параллельны и равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
* Если противоположные стороны четырехугольника попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
* Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.

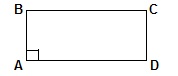
**Площадь параллелограмма.**

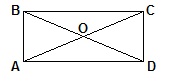
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/335book.jpg)1) S=ah;

2) S=ab∙sinα;

3) S=(½) d1∙d2∙sinβ.

**Прямоугольник.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/173.jpg)Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы прямые. **ABCD** — прямоугольник.  Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/1741.jpg)Диагонали прямоугольника равны.

**AC=BD.** Пусть АС=d1и BD=d2 , ∠COD=α.

d1=d2 – диагонали прямоугольника равны. α – угол между диагоналями.

Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов сторон прямоугольника:

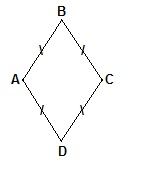
(d1)2=(d2)2=a2+b2.

**Площадь прямоугольника** можно найти по формулам:

1) S=ab;  2) S=(½)· d²∙sinα; (d- диагональ прямоугольника).

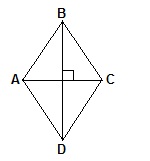
Около любого прямоугольника можно описать окружность, центр которой – точка пересечения диагоналей; диагонали являются диаметрами окружности.

**Ромб.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/175.jpg)Ромб — это параллелограмм, у которого все стороны равны.

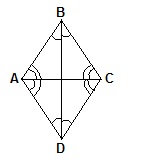
**ABCD** — ромб.

Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/176.jpg)

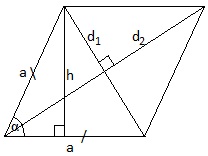
Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

**AC | BD.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/177.jpg)

Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

**Площадь ромба.**

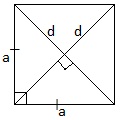
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/339book.jpg)1) S=ah;

2) S=a2∙sinα;

3) S=(½) d1∙d2;

4) S= P∙r, где P – периметр ромба, r – радиус вписанной окружности.

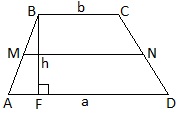
**Квадрат.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/344book.jpg)Все стороны квадрата равны, диагонали квадрата равны и пересекаются под прямым углом.

Диагональ квадрата d=a√2.

**Площадь квадрата.**1) S=a2; 2) S=(½) d2.

**Трапеция.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/347book.jpg)Основания трапеции AD||BC, MN-средняя линия

MN=(AD+BC)/2.

**Площадь трапеции** равна  произведению полусуммы ее оснований на высоту:

S=(AD+BC)∙BF/2 или  S=(a+b)∙h/2.

В равнобедренной (равнобокой) трапеции длины боковых сторон равны; углы при основании равны.

**Площадь любого четырехугольника.**

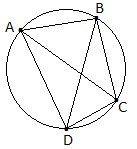
* Площадь любого четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними:

S=(½) d1∙d2∙sinβ.

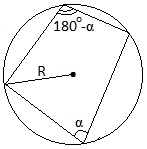
* Площадь любого четырехугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности:

S=(½) P∙r.

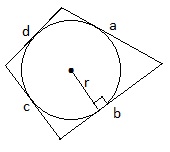
**Вписанные и описанные четырехугольники.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/Ptolemej.jpg)В выпуклом четырехугольнике, вписанном в круг, произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон (теорема Птолемея).

AC∙BD=AB∙DC+AD∙BC.

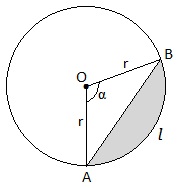
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/352book.jpg)

Если суммы противолежащих углов четырехугольника равны по 180°, то около четырехугольника можно описать окружность. Обратное утверждение также верно.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/353book.jpg)

Если суммы противолежащих сторон четырехугольника равны (a+c=b+d), то в этот четырехугольник можно вписать окружность. Обратное утверждение также верно.

**Окружность, круг.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/356book.jpg)1) Длина окружности С=2πr;

2) Площадь круга S=πr2;

3) Длина дуги АВ:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/dlina-dugi.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/dlina-dugi.jpg)

4) Площадь сектора АОВ:

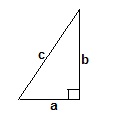
[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/s-sektora.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/s-sektora.jpg)

5) Площадь сегмента (выделенная область):

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/s-segmenta.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/s-segmenta.jpg)

(«-» берут, если α<180°; «+» берут, если α>180°), ∠AOB=α – центральный угол. Дуга *l* видна из центра O под углом α.

[**Теорема Пифагора.**](http://www.mathematics-repetition.com/8-klass-geometriya/8-2-2-teorema-pifagora.html)

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/154.jpg)

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: **c²=a²+b²**

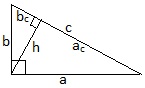
**Площадь прямоугольного треугольника.**

**SΔ**=(½) a∙b, где a и b — катеты или **SΔ**=(½) c∙h, где с — гипотенуза, h –высота, проведенная к гипотенузе.

**Радиус вписанной в прямоугольный треугольник окружности.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/307book.jpg)    2r=a+b-c

**Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/proporc-otrezki.jpg)Высота, проведенная из вершины прямого угла к гипотенузе есть средняя пропорциональная величина между проекциями катетов на гипотенузу: h2=ac∙bc;

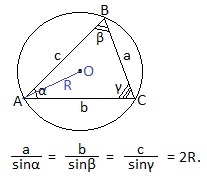
а каждый катет есть средняя пропорциональная величина между всей гипотенузой и проекцией данного катета на гипотенузу: a2=c∙ac  и b2=c∙bc  (*произведение средних членов пропорции равно произведению ее крайних членов: h, a, b — средние члены соответствующих пропорций*).

**Теорема синусов.**

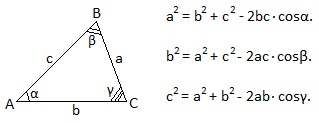
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/geom-1.jpg)

В любом треугольнике стороны пропорциональны синусам противолежащих углов.

**Следствие из теоремы синусов.**

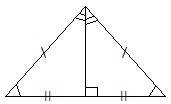
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/geom-2.jpg)Каждое из отношений стороны к синусу противолежащего угла равно 2R, где **R** — радиус окружности, описанной около треугольника.

**Теорема косинусов.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/teorema-cosinusov.jpg)

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других ее сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

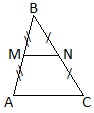
**Свойства равнобедренного треугольника.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/ravnobedr.jpg)В равнобедренном треугольнике (*длины боковых сторон* *равны*) высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой. Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

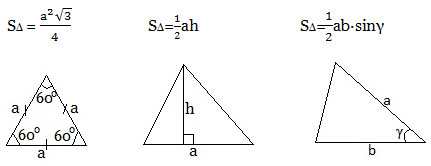
**[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/321book.jpg)Сумма внутренних углов любого треугольника** составляет 180°, т. е. ∠1+∠2+∠3=180°.

**Внешний угол треугольника** (∠4) равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, т. е. ∠4=∠1+∠2.

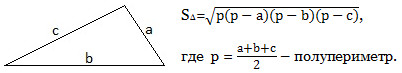
**Средняя линия  треугольника** соединяет середины боковых сторон треугольника.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/314book.jpg)Средняя линия  треугольника параллельна основанию и равна его половине: MN=AC/2.

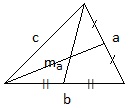
**Площадь треугольника.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/s-treygolnika.jpg)

**Формула Герона.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/formula-gerona.jpg)

**Центр тяжести треугольника.**

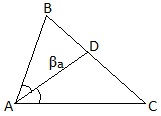
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/316book.jpg)Центр тяжести треугольника — точка пересечения медиан, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

Длина медианы, проведенной к стороне а:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/mediana.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/mediana.jpg)

Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, площадь каждого из этих двух треугольников равна половине площади данного треугольника.

**Биссектриса угла треугольника.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/317book.jpg)1) Биссектриса угла любого  треугольника делит противоположную сторону на части, соответственно пропорциональные боковым сторонам треугольника:

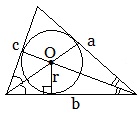
[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/sv-vo-bissektrisi.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/sv-vo-bissektrisi.jpg)

2) если AD=βa, то длина биссектрисы:

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/sv-vo-bissektrisi2.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/sv-vo-bissektrisi2.jpg)

3) Все три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

**Центр окружности, вписанной в треугольник**, лежит на пересечении биссектрис углов треугольника.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/318book.jpg)Площадь треугольника SΔ=(½) P∙r, где P=a+b+c, r-радиус вписанной окружности.

Радиус вписанной окружности можно найти по формуле:

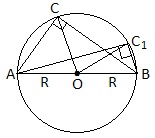
[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/radius.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/radius.jpg)

**Центр окружности, описанной около треугольника**, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к [](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/319book.jpg)сторонам треугольника.

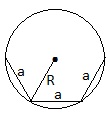
Радиус окружности, описанной около любого треугольника:

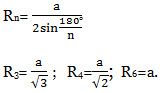
[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/Radius2.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/Radius2.jpg)

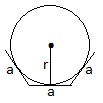
**Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника**, равен половине гипотенузы: R=АВ/2;

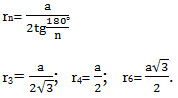
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/320book.jpg)Медианы  прямоугольных треугольников, проведенных к гипотенузе, равны половине гипотенузы (это радиусы описанной окружности) OC=OC1=R.

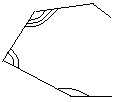
**Формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/325book.jpg)Окружность, *описанная* около правильного n-угольника.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/radiusi-opisannoy-okr.jpg)

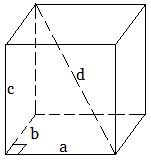
[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/328book1.jpg)Окружность, *вписанная* в правильный n-угольник.

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/r-vpisannoy-okr.jpg)

**[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/354book.jpg)Сумма внутренних углов** любого выпуклого n-угольника равна 180°(n-2).

**Сумма внешних углов** любого выпуклог0  n-угольника равна 360°.

**Прямоугольный параллелепипед.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/367book1.jpg)Все грани прямоугольного параллелепипеда — прямоугольники. a, b, c – линейные размеры прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота).

1) Диагональ прямоугольного параллелепипеда d2=a2+b2+c2;

2) Боковая поверхность Sбок.=Pосн.∙Н или Sбок.=2 (a+b)·c;

3) Полная поверхность Sполн.=2Sосн.+Sбок. или

Sполн.=2 (ab+ac+bc);

4) Объем прямоугольного параллелепипеда V=Sосн.∙Н илиV=abc.

**Куб.**

1) Все грани куба – квадраты со стороной а.

2) Диагональ куба d=a√3.

3) Боковая поверхность куба Sбок.=4а2;

4) Полная поверхность куба Sполн.=6а2;

5) Объем куба V=a3.

**Прямой параллелепипед**

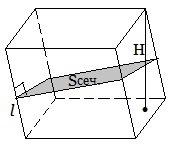
(в основании лежит параллелограмм или ромб, боковое ребро перпендикулярно основанию).

1) Боковая поверхность Sбок.=Pосн.∙Н.

2) Полная поверхность Sполн.=2Sосн.+Sбок.

3) Объем прямого параллелепипеда V=Sосн.∙Н.

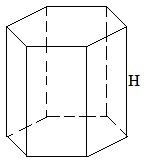
**Наклонный параллелепипед.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/378book1.jpg)В основании параллелограмм или прямоугольник или ромб или квадрат, а боковые ребра НЕ перпендикулярны плоскости основания.

**1)**Объем V=Sосн.∙Н;

**2)**Объем V=Sсеч.∙*l,* где *l—* боковое ребро, Sсеч.-площадь сечения наклонного параллелепипеда, проведенного перпендикулярно боковому ребру *l*.

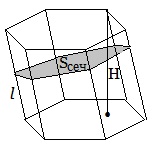
**Прямая призма.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/380book1.jpg)Боковая поверхность Sбок.=Pосн.∙Н;

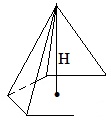
Полная поверхность Sполн.=2Sосн.+Sбок.;

Объем прямой призмы V=Sосн.∙Н.

**Наклонная призма.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/383book1.jpg)Боковая и полная поверхности, а также объем можно находить по тем же формулам, что и в случае прямой призмы. Если известна площадь сечения призмы, перпендикулярного ее боковому ребру, то объем V=Sсеч.∙*l,* где *l-* боковое ребро, Sсеч.-площадь сечения,  перпендикулярного боковому ребру *l*.

**Пирамида.**

**[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/385book2.jpg)1)**боковая поверхность Sбок. равна сумме площадей боковых граней пирамиды;

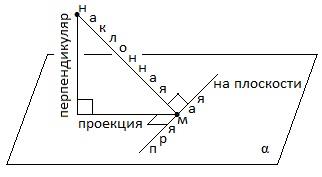
**2)**полная поверхность Sполн.=Sосн.+Sбок.;

**3)**объем V=(1/3) Sосн.∙Н.

**4)** У правильной пирамиды в основании лежит правильный многоугольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого многоугольника, т. е. в центр описанной и вписанной  окружностей.

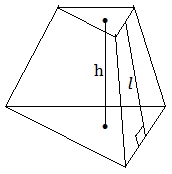
**5)** Апофема *l* –это высота боковой грани правильной пирамиды. Боковая поверхность правильной пирамиды Sбок.=(½) Pосн.∙*l*.

**Теорема о трех перпендикулярах.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/390book2.jpg)Прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярно ее проекции, перпендикулярна и самой наклонной.

Обратная теорема. Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции этой наклонной.

**Усеченная пирамида.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/395book2.jpg)Если S и  s соответственно площади оснований усеченной пирамиды, то объем любой усеченной пирамиды

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/v-usech-piramidi.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/v-usech-piramidi.jpg)

где h-высота усеченной пирамиды.

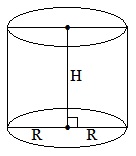
Боковая поверхность правильной усеченной пирамиды

[http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/bokovaya-usech-piramidi.jpg](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/bokovaya-usech-piramidi.jpg)

где P и p соответственно периметры оснований правильной усеченной пирамиды,

*l*-апофема (высота боковой грани правильной усеченной пирамиды).

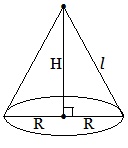
**Цилиндр.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/396book2.jpg)Боковая поверхность Sбок.=2πRH;

Полная поверхность Sполн.=2πRH+2πR2 или Sполн.=2πR (H+R);

Объем цилиндра V=πR2H.

**Конус.**

[](http://www.mathematics-repetition.com/wp-content/uploads/2012/04/399book2.jpg)Боковая поверхность Sбок.= πR*l*;

Полная поверхность Sполн.=πR*l*+πR2 или Sполн.=πR (*l*+R);

Объем пирамиды V=(1/3)πR2H. Здесь *l* – образующая, R — радиус основания, H – высота.

**Шар и сфера.**

*R*

Площадь сферы S=4πR2; Объем шара V=(4/3)πR3.

R – радиус сферы (шара).

**Раздел «Комбинаторика, статистика и теория вероятности»**

**Комбинаторикой** называется область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов данного множества.

**Соединение (выборка)** – некоторый набор, составленный из элементов данного множества.

**Основные правила комбинаторики**

* **Правило суммы**: если элемент А можно выбрать *п* способами, а элемент В можно выбрать *т* способами, то выбрать либо А, либо В можно (*п* + *т*) способами.
* **Правило произведения** (умножения): если элемент А можно выбрать *п* способами, а элемент В можно выбрать *т* способами, то два элемента (пару) А и В можно выбрать *п* · *т* способами.
* Правило умножения верно и для любого конечного числа объектов. Пусть имеется *п* элементов и требуется выбрать один за другим некоторые *к* элементов. Если 1-й элемент можно выбрать   
  *п*1 способами, после чего 2-й элемент можно выбрать из оставшихся *п*2 способами, затем 3-й –  
  *п*3 способами и т.д., то число способов, которыми могут быть выбраны *к* элементов, равно  
  *п*1 · *п*2 ·…· *п*к .

**Типы соединений:** 1) Перестановки; 2) Размещения; 3) Сочетания.

**1) Перестановками** из *п* разных элементов называют соединения, которые состоят из *п* элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.

**Р*п* – число перестановок из *п* элементов**

**Р*п* = *п*!**

***п*! = 1 · 2 · 3 ·…· (*п*–2)(*п*–1)*п* (факториал)**

**2)** **Размещением** из *п* элементов по *к* (*к* ≤ *п*) называется соединение, содержащее *к* элементов, взятых из данных *п* элементов в определенном порядке. Два размещения из *п* элементов по *к* считаются различными, если они отличаются самими элементами или порядком их расположения.

Обозначение:  (читается «А из *п* по *к*»)

Число размещений и *п* элементов по *к* равно произведению *к* последовательных натуральных чисел, наибольшим из которых является *п*.

**.**

**3)** **Сочетанием** из *п* элементов по *к* (*к* ≤ *п*) называется любое соединение, составленное из *к* элементов, выбранных из данных *п* элементов. Два сочетания из *п* по *к* отличаются друг от друга хотя бы одним элементом, порядок элементов значения не имеет.

Обозначение:  (читается «С из *п* по *к*»)



**Свойства сочетаний**:

1)  2)  3) 

Если при выборе элементов из исходного множества возможны повторения, то формулы для подсчета числа перестановок, сочетаний и размещений изменятся.



Конец формы

Начало формы